Netz- und Energiemanagement II

Kapitel 2.2: Allgemeine statistische Stabilitätsuntersuchung

2.2 Allgemeine statistische Stabilitätsuntersuchung

Um die statische Stabilität in einem System mit n Kraftwerkseinspeisungen untersuchen zu können, muss anstelle der bisherigen physikalischen Vorgehensweise mit der Leistungskennlinie eine Eigenwertanalyse durchgeführt werden. Da für die Stabilitätsaussage die Differenz zwischen den Polradwinkeln von Interesse ist, müssen (n-1) Winkel δ_i untersucht werden. Da mit der statischen Stabilität die Stabilität im Kleinen (Kleinsignalverhalten) untersucht wird, kann das Differentialgleichungssystem aller Schwingungsgleichungen linearisiert werden. Somit erhält man ein Gleichungssystem der Form

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}\,\underline{x} \tag{2.2-1}$$

Die Eigenlösungen haben einheitlich die Form

$$x_i(t) = Re\{\, c_i \exp(\overline{\lambda}_i t)\,\}\,. \tag{2.2-2}$$

Dabei ist $\overline{\lambda}_i$ der i-te, komplexe Eigenwert von $\underline{A}$. Sind alle Re { $\overline{\lambda}_i$ } < 0, liegt ein statisch stabiler Betriebspunkt vor, anderenfalls ein statisch labiler Betriebspunkt.

Bild 2.2-1 zeigt ein Energieversorgungssystem mit n Kraftwerkseinspeisungen. Es kann durch die Beziehung mit der Knotenadmittanzmatrix $\underline{Y}_K$

$$\begin{bmatrix} \overline{I}_{G1} \\ \vdots \\ \overline{I}_{Gn} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_A \underline{Y}_B \\ \\ \\ \underline{Y}_C \underline{Y}_D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{E}_{G1} \\ \vdots \\ \overline{E}_{Gn} \\ \overline{U}_{n+1} \\ \\ \overline{U}_k \end{bmatrix} = \underline{Y}_K \begin{bmatrix} \underline{E}_G \\ \underline{U} \end{bmatrix} \tag{2.2-3}$$

in linearer Form beschrieben werden. Dabei enthält die Knotenadmittanzmatrix $\underline{Y}_K$ auch die synchronen Reaktanzen X_{di} der Generatoren, die Kurzschluss-Reaktanzen der Block-Transformatoren sowie die Lasten als Admittanzen.

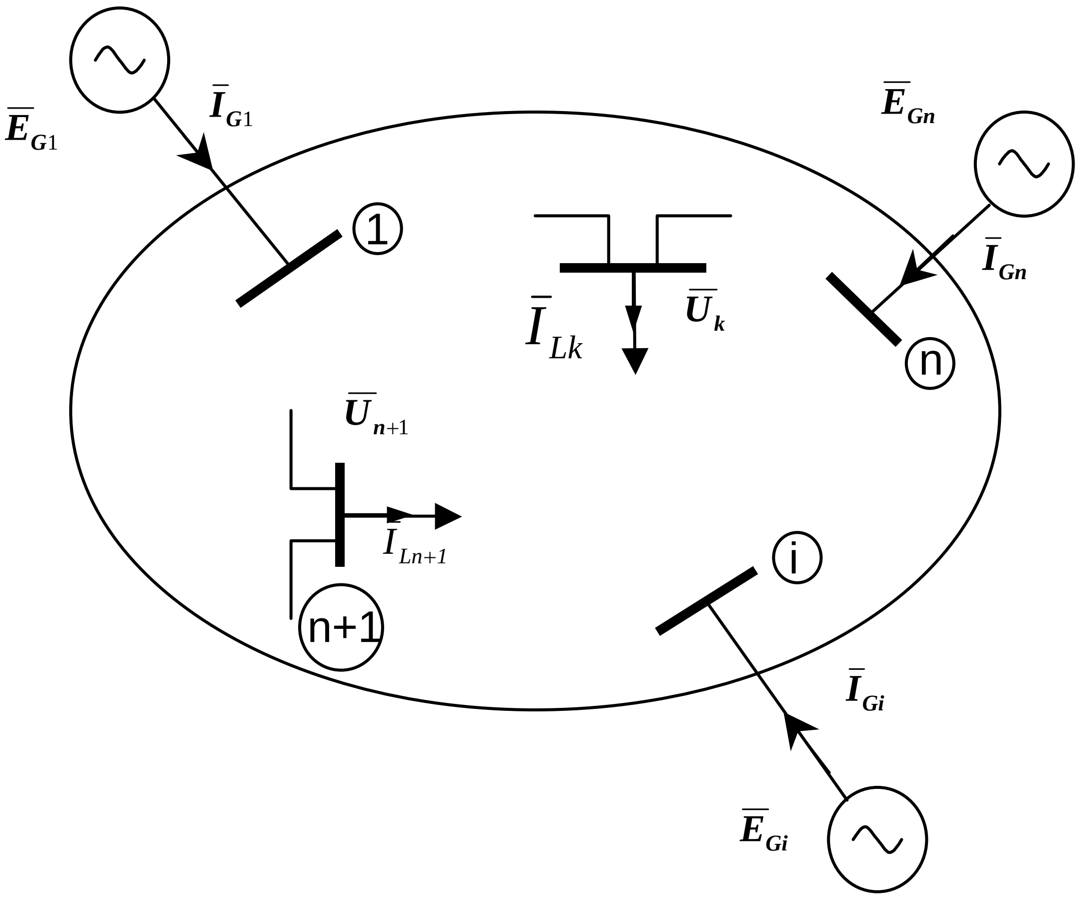

Bild 2.2-1: Das Energieversorgungssystem

In Gl. (2.2-3) ist die Knotennummerierung so durchgeführt, dass die Knoten 1 bis n den Kraftwerkseinspeisungen zugeordnet sind; die übrigen Knoten n+1 bis k sind Lastknoten. Damit gilt für die Kraftwerksknoten:

$$\underline{I}_G = \underline{Y}_K{}' \underline{E}_G \ , \tag{2.2-4}$$

wobei die reduzierte Knotenadmittanzmatrix $\underline{Y}_K$ durch Reduktion mit der Beziehung

$$\underline{Y}_K{}' = \left[\underline{Y}_A - \underline{Y}_B \underline{Y}_D^{-1} \underline{Y}_C\right] \tag{2.2-5}$$

berechnet wird.

Herleitung:

$$\left(\begin{array}{l}\underline{I}_G = \underline{Y}_A \underline{E}_G + \underline{Y}_B \underline{U} \\ \underline{0} = \underline{Y}_C \underline{E}_G + \underline{Y}_D \underline{U} \quad \longrightarrow \quad \underline{U} = -\underline{Y}_D^{-1} \underline{Y}_C \underline{E}_G \\ \\ \Rightarrow \underline{I}_G = \left(\underline{Y}_A - \underline{Y}_B \underline{Y}_D^{-1} \underline{Y}_C\right) \underline{E}_G\end{array}\right)$$

Um die Bewegungsgleichungen angeben zu können, muss in jedem Generatorknoten i die Leistungsbilanz angegeben werden.

$$P_{res,i} = P_{Ti} - (P_{Gi}(\delta) + P_{di}) = \frac{J_i}{p^2}\omega_0 \frac{d^2\delta_i}{dt^2} \qquad (2.2\text{-}6)$$

Dabei ist $P_{res,i}$ die resultierende Beschleunigungsleistung, P_{Ti} die mechanische Antriebsleistung, P_{Gi} die elektrische Leistung und P_{di} die Dämpfungsleistung. Die i-te Bewegungsgleichung lautet mit Gl. (10.4-15) (Buch Energieübertragungssysteme)

$$P_{res,i} = \frac{J_i}{p^2}\omega_0 \frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{S_{Ni}}{\omega_0} T_{Ai} \frac{d^2\delta_i}{dt^2} \quad . \qquad (2.2\text{-}7)$$

Für die normierte Darstellung muss eine gemeinsame Bezugsleistung S_B gewählt werden; d. h.

$$P_{res,i}{}' = \frac{S_{Ni}}{S_B\omega_0} T_{Ai} \frac{d^2\delta_i}{dt^2} \qquad (2.2\text{-}8)$$

Unter der Annahme einer konstanten Antriebsleistung P_{ai} gilt für die rechte Seite in Gl. (2.2-6) unter Verwendung von Gl. (2.2-4)

$$P_{Gi} = E_{Gi} \sum_{j=1}^{n} E_{Gj} y'_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij}) = \mathrm{Re}\left\{\underline{E}_{Gi}\, \overline{I}_{Gi}{}^{*}\right\} \qquad (2.2\text{-}9)$$

und

$$P_{Di} = D_i \frac{d\delta_i}{dt} \quad . \tag{2.2-10}$$

Damit lautet die i-te Bewegungsgleichung

$$\frac{S_{Ni}}{S_B \omega_0} T_{Ai} \frac{d^2\delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d\delta_i}{dt} = P_{Ti} - E_{Gi} \sum_{j=1}^{n} E_{Gj} y'_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \Theta_{ij}) \quad . \tag{2.2-11}$$

Wie bereits erwähnt, befasst sich die statische Stabilität mit der Stabilität im Kleinen; d. h. die nichtlineare Differentialgleichung (2.2-11) kann nun linearisiert werden. Mit der Variablenbeziehung

$$\delta_i(t) = \delta_i^0 + \Delta\delta_i(t) = \delta_i^0 + \sigma_i(t) \tag{2.2-12}$$

und der linearisierten elektrischen Leistung

$$P_{Sij} = \begin{cases} \left.\dfrac{\partial P_{Gi}}{\partial \delta_j}\right|_{\delta^0} = E_{Gi} E_{Gj} y'_{ij} \sin(\delta_i^0 - \delta_j^0 - \Theta_{ij}) & \text{für } j \neq i \\ \left.\dfrac{\partial P_{Gi}}{\partial \delta_i}\right|_{\delta^0} = -E_{Gi} \sum\limits_{j=1,\, j\neq i}^{n} E_{Gj} y'_{ij} \sin(\delta_i^0 - \delta_j^0 - \Theta_{ij}) & \text{für } j = i \end{cases} \tag{2.2-13}$$

gilt nun für Gl. (2.2-11)

$$\ddot{\sigma}_i + \frac{D_i}{A_i} \dot{\sigma}_i + \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{1}{A_i} P_{Sij} \sigma_j \right) = 0 \quad . \tag{2.2-14}$$

Dabei werden die Abkürzungen

$$A_i = \frac{T_{Ai} S_{Ni}}{\omega_0 S_B} \tag{2.2-15}$$

verwendet.

Das Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung lässt sich in ein System 1. Ordnung mit 2n Gleichungen überführen, wenn die Hilfsvariable $\beta_i = \dot{\sigma}_i$ eingeführt wird. Gl. (2.2-14) lautet nun

$$\dot{\sigma}_i = \beta_i$$

$$\dot{\beta}_i = -\frac{D_i}{A_i}\beta_i - \frac{1}{A_i}\sum_{j=1}^{n} P_{Sij}\sigma_j \tag{2.2-16}$$

Wählt man für den Zustandsvektor $\underline{x}$ die Definition

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \\ \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{bmatrix} \tag{2.2-17}$$

Dim.($\underline{x}$) = (2n)

so lautet die Systemmatrix A in Gl. (2.2-1)

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \tag{2.2-18}$$

Dim.($\underline{A}$) = (2n,2n)

mit

$$\underline{A}_{11} = \begin{bmatrix} -\frac{D_1}{A_1} & & \\ & \ddots & \\ & & -\frac{D_n}{A_n} \end{bmatrix} \tag{2.2-19}$$

Dim.($\underline{A}_{11}$) = (n,n)

$$\underline{A}_{12} = \begin{bmatrix} -\dfrac{P_{S11}}{A_1} & \cdots & -\dfrac{P_{S1n}}{A_1} \\ \vdots & & \vdots \\ -\dfrac{P_{Sn1}}{A_n} & \cdots & -\dfrac{P_{Snn}}{A_n} \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}20)$$

Dim.($\underline{A}_{12}$) = (n,n)

$$\underline{A}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & & \underline{0} \\ & \ddots & \\ \underline{0} & & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}21)$$

Dim.($\underline{A}_{21}$) = (n,n)

$$\underline{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & \ddots & \\ & & 0 \end{bmatrix} . \qquad (2.2\text{-}22)$$

Dim.($\underline{A}_{22}$) = (n,n)

Die statische Stabilitätsanalyse besteht nun in der Bestimmung der Eigenwerte der Matrix $\underline{A}$ in Gl. (2.2-18). Nur wenn die Realteile aller Eigenwerte negativ sind, ist das System statisch stabil. Im Hinblick auf die praktische Bestimmung der statischen Stabilität sind die dominanten Eigenwerte von $\underline{A}$ von großer Bedeutung. Da im vorliegenden Kapitel die natürliche Stabilität untersucht wird (d. h. Turbinenregler und Spannungsregler sind nicht aktiv), kann die Lage der Eigenwerte durch Veränderung der elektrischen Leistung sowie der Netzreaktanz beeinflusst werden. Verwendet man die in den folgenden Kapiteln behandelten Regelungssysteme für Frequenz und Spannung im Modell der Bewegungsgleichung, so kann der Einfluss dieser Regler auf die statische Stabilität durch eine erweiterte Eigenwertanalyse untersucht werden. Die Bewertung der statischen Stabilität beruht auf der relativen Dämpfung ρ, die sich in den Grenzen von -1 bis +1 bewegt. Sie ist definiert als

$$\rho = \frac{-\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_\rho^2}} \ , \qquad (2.2\text{-}23)$$

wobei für den dominanten Eigenwert $\overline{\lambda}$ gilt

$$\overline{\lambda} = \alpha + j\omega_\rho \ . \qquad (2.2\text{-}24)$$

Liegt $\overline{\lambda}$ in der linken Halbebene, ist die statische Stabilität gewährleistet.