Mathematik
Modul 1: Methodische Grundlagen
Dr. Lars Metzger
mathe.wiwi@tu-dortmund.de

Technische Universität Dortmund
Studiengang Wirtschaftswissenschaften (B.Sc.)
WS 2026/27

Klausuraufgaben zu

Kapitel 14 „Funktionen mehrerer Variablen“

14.1 Juli 2026 . . . 2
14.2 Juli 2026 . . . 3
14.3 September 2026 . . . 4
14.4 September 2026 . . . 5
14.5 Februar 2026 . . . 6
14.6 Februar 2026 . . . 7
14.7 März 2026 . . . 8
14.8 März 2026 . . . 9
14.9 Haupttermin 2025 . . . 10
14.10 Nachtermin 2025 . . . 11
14.11 Haupttermin 2024 . . . 12
14.12 Nachtermin 2024 . . . 13
14.13 Nachtermin 2024 . . . 14
14.14 Haupttermin 2023 . . . 15
14.15 Haupttermin 2023 . . . 16
14.16 Nachtermin 2023 . . . 17
14.17 Nachtermin 2023 . . . 18

Diese Aufgaben sind für die Tutorien 7 und 8 vorgesehen.

Allerdings können in diesen beiden Tutorien nicht alle Aufgaben besprochen werden.

Bitte sprecht Eure Tutorin / Euren Tutor an, welche Lösungen Euch besonders wichtig sind.

14.1 Juli 2026

Die Funktion f sei für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ definiert durch:

$$f(x, y) = 2x + x^2y^3$$

Wie lautet die partielle Ableitung der Funktion f nach x?

a) $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 3x^2y^2$.

b) $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2 + 2xy^3$.

c) $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2 + 3x^2y^2$.

d) $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 2x + x^2y^3$.

14.2 Juli 2026

Welche Matrix ist die Hessematrix einer zweimal partiell differenzierbaren Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$?

a) $f''(x,y) = \begin{pmatrix} f_1'(x,y) \\ f_2'(x,y) \end{pmatrix}$

b) $f''(x,y) = (x,y)$

c) $f''(x,y) = \begin{pmatrix} f(x,y) & 0 \\ 0 & f(x,y) \end{pmatrix}$

d) $f''(x,y) = \begin{pmatrix} f_{11}''(x,y) & f_{12}''(x,y) \\ f_{21}''(x,y) & f_{22}''(x,y) \end{pmatrix}$

14.3 September 2026

Die Funktion f sei gegeben durch

$$f(x, y) = 3x^2y^2 + 5e^{xy}.$$

Wie lautet $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$?

a) $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6x^2y^2$

b) $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6x^2y + 5xe^{xy}$

c) $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6x^2 + 5x$

d) $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6xy + 5e^{xy}$

14.4 September 2026

Wie lautet der Gradient $\nabla f(x, y)$ einer differenzierbaren Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}^2$?

a) $\nabla f(x, y) = f''_{11}(x, y) + f''_{22}(x, y)$

b) $\nabla f(x, y) = (x, y)$

c) $\nabla f(x, y) = f'_1(x, y) \cdot f'_2(x, y)$

d) $\nabla f(x, y) = (f'_1(x, y), f'_2(x, y))$

14.5 Februar 2026

Wie lauten die partiellen Ableitungen der folgenden Funktion?

$$f(x, y) = x^3y^2 + 2y$$

a) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 3x^2y^2$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 2x^3y + 2$

b) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 3x^3y$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 3x^2y^2 + 2$

c) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 2x^3y$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 3x^2y^2$

d) $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 2x^2y^2$, $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 3x^2y^2 + 2$

14.6 Februar 2026

Gegeben sei die Funktion:

$$f(x,y) = 45x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}} - 5x - 10y$$

für $x, y \geq 0$.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

a) Die Funktion f ist konkav.

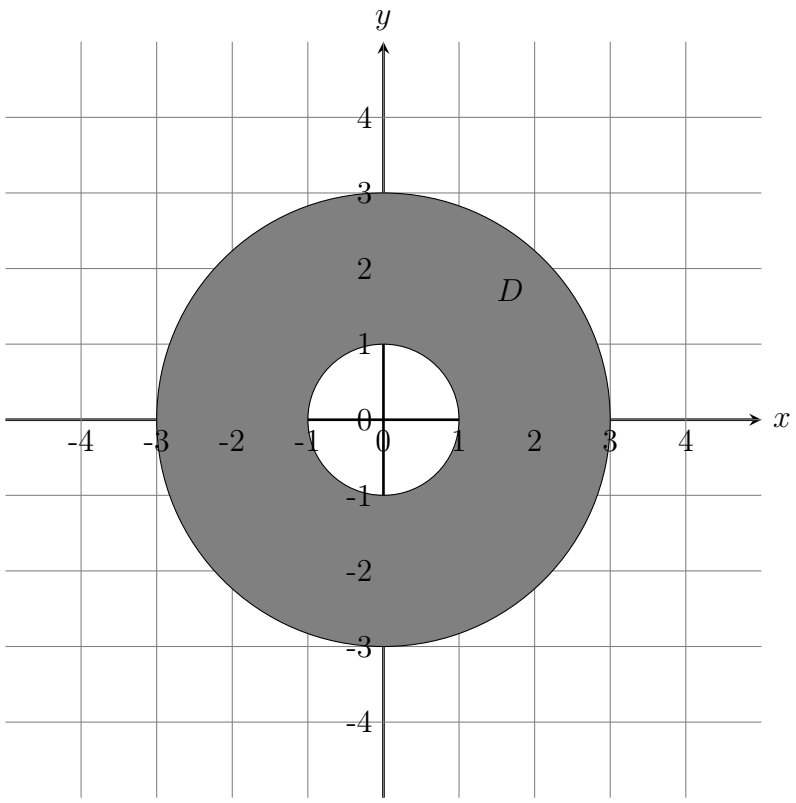
b) Die Funktion f ist streng konkav.

c) Die Funktion f ist konvex.

d) Die Funktion f ist weder konkav noch konvex.

14.7 März 2026

Das folgende Diagramm zeigt einen Definitionsbereich D:



Welche der folgenden reellwertigen Funktionen hat diesen Definitionsbereich?

Hinweis: Eine Funktion ist rellwertig, falls ihre Werte reelle Zahlen sind. Es wurden ausschließlich Funktionen dieser Art behandelt.

a) $f(x,y) = \sqrt{(9-x^2-y^2)(x^2+y^2-1)}$

b) $g(x,y) = \sqrt{(x^2+y^2-3)(x^2+y^2-1)}$

c) $h(x,y) = \sqrt{(9-x^2-y^2)(1-x^2-y^2)}$

d) $i(x,y) = \sqrt{(3-x^2-y^2)(x^2+y^2-1)}$

14.8 März 2026

Es seien die Funktionen u und v definiert auf $\mathbb{R}^2$.

Die zwei Punkte $(0, 0)$ und $(1, -1)$ liegen auf einer Höhenlinie der Funktion u und ebenso auf einer Höhenlinie der Funktion v.

Welche der folgenden Funktionenpaare u und v kommen hierfür infrage?

a) $u(x, y) = e^{x+y}$ und $v(x, y) = \frac{1}{3}(x + y)$

b) $u(x, y) = \frac{1}{3}(x + y)$ und $v(x, y) = x^2 + y^2$

c) $u(x, y) = x^2 + y^2$ und $v(x, y) = (x + y)^2$

d) $u(x, y) = (x + y)^2$ und $v(x, y) = |x| + |y|$

14.9 Haupttermin 2025

Wie lautet die Hessematrix der folgenden Funktion?

$$f(x,y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 7x - 7y + 127$$

a) $f''(x,y) = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$

b) $\nabla f(x,y) = \binom{-4x+4y+7}{4x-6y-7}$

c) $f''(x,y) = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

d) Die Funktion f besitzt keine Hessematrix.

Zusatzfrage:

Ist diese Funktion konvex, konkav oder weder noch?

(Diese Frage wurde in der Klausur nicht gestellt.)

14.10 Nachtermin 2025

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x, y) = 2x^2 + 3xy - 2y^2$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$ definiert.

Wie lautet die Hessematrix der Funktion f?

a) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

b) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

c) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

d) Die Funktion f besitzt keine Hessematrix.

Zusatzfrage:

Ist diese Funktion konvex, konkav oder weder noch?

(Diese Frage wurde in der Klausur nicht gestellt.)

14.11 Haupttermin 2024

Es sei $||\binom{x}{y}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Länge des Vektors $\binom{x}{y}$.

Wie lautet die partielle Ableitung dieser Größe nach x für $\binom{x}{y} = \binom{3}{4}$?

a) $\frac{\partial||\binom{x}{y}||}{\partial x} = 0$

b) $\frac{\partial||\binom{x}{y}||}{\partial x} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{\partial||\binom{x}{y}||}{\partial x} = 1$

d) $\frac{\partial||\binom{x}{y}||}{\partial x} = \frac{3}{5}$

14.12 Nachtermin 2024

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2_{\geq} \to \mathbb{R}$ sei für $x, y \geq 0$ definiert durch:

$$f(x, y) = \left(x^3 y^2\right)^{\frac{1}{5}}$$

Für $x = 1$, $y = 32$ gilt $f(1, 32) = 4$.

Welchen Wert nimmt die Funktion an der Stelle $(x, y) = (2, 64)$ an?

a) Es gilt $f(2, 64) = 256$.

b) Es gilt $f(2, 64) = 20$.

c) Es gilt $f(2, 64) = 8$.

d) Es gilt $f(2, 64) = 128$.

14.13 Nachtermin 2024

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$$

Wie lautet der Gradient dieser Funktion für x, y mit $x > y$?

a) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x,y)}, \frac{2y}{f(x,y)}\right)$

b) $\nabla f(x, y) = \left(\frac{x}{f(x,y)}, -\frac{y}{f(x,y)}\right)$

c) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x,y)}, \frac{y}{f(x,y)}\right)$

d) $\nabla f(x, y) = (1, -1)$

14.14 Haupttermin 2023

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (x + y)(x - y) \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}$$

Wie lautet der Gradient $\nabla f(x_0, y_0)$ von f an der Stelle $(x_0, y_0) = (2, -2)$?

a) $\nabla f(x_0, y_0) = (2, -2)$

b) $\nabla f(x_0, y_0) = (0, 0)$

c) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, -4)$

d) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, 4)$

14.15 Haupttermin 2023

Für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei der Gradient im Punkt $(x_0, y_0) = (4, -4)$ gegeben durch

$$\nabla f(x_0, y_0) = (2, 2)$$

Welche der folgenden Gleichungen kann eine Höhenlinie der Funktion f durch den Punkt (x_0, y_0) beschreiben?

a) $(x-3)^2 - (y+5)^2 = 0$

b) $2(x-3)(y+5) = -2$

c) $x^2/y^2 = 1$

d) $2(x+y) = 0$

14.16 Nachtermin 2023

Gegeben sei die Funktion $u : \mathbb{R}^2_{\geq} \to \mathbb{R}$ mit

$$u(x, y) = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}},\ x, y \geq 0$$

Welches der folgenden Diagramme zeigt Höhenlinien dieser Funktion?

Diagramm a)

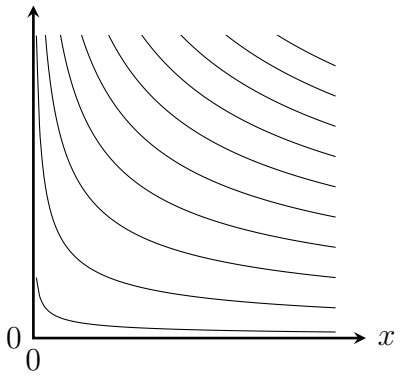


Diagramm b)

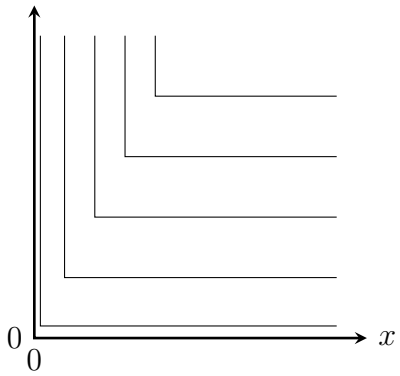


Diagramm c)

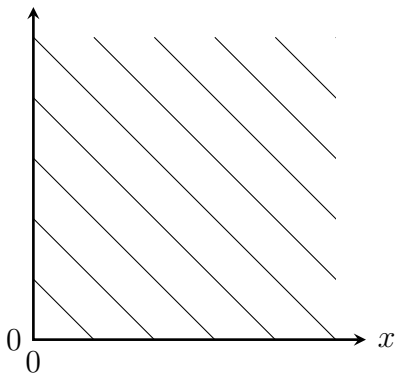
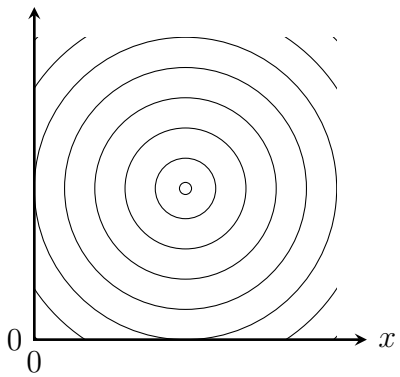


Diagramm d)



14.17 Nachtermin 2023

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 27$$

Welcher der angegebenen Punkte ist kein stationärer Punkt dieser Funktion?

a) $(x, y) = (-2, -2)$;

b) $(x, y) = (3, 3)$;

c) $(x, y) = (1, -1)$;

d) $(x, y) = (1, 1)$;