

Matrizenalgebra

Teil 1



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

Matrizen und Vektoren

Aufgabe 12.1.1 von Seite 527

Aufgabe 12.1.3 von Seite 527

12.2 Systeme linearer Gleichungen

Beispiel 12.2.1 von Seite 528

Aufgabe 12.2.4 von Seite 529

12.3 Matrizenaddition

Aufgabe 12.3.2 von Seite 532

12.4 Vektoralgebra

Aufgabe 12.4.3 von Seite 535

Aufgabe 12.4.6 von Seite 535

Lineare Funktionen

Aufgabe 1 zu linearen Funktionen

Aufgabe 12.1.1 von Seite 527

Bestimme die Ordnung von jeder der folgenden Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.10 & 0.10 \\ 0.05 & 0.55 & 0.05 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1j} & \dots & c_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & \dots & c_{ij} & \dots & c_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mj} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 12.1.3 von Seite 527

Bestimme für welche Werte von u und v die folgende Gleichheit gilt:

$$\begin{pmatrix} (1-u)^2 & v^2 & 3 \\ v & 2u & 5 \\ 6 & u & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 4 & u \\ v & -3v & u-v \\ 6 & v+5 & -1 \end{pmatrix}$$

Beispiel 12.2.1 von Seite 528

- a) Schreibe das System von Gleichungen wenn $n = m = 3$ und $a_{ij} = i + j$ für $i, j = 1, 2, 3$, während $b_i = i$ für $i = 1, 2, 3$.
- b) Verifiziere, dass $(x_1, x_2, x_3) = (2, -1, 0)$ eine Lösung ist, aber dass $(x_1, x_2, x_3) = (2, 0, -1)$ keine Lösung ist.

Aufgabe 12.2.4 von Seite 529

Schreibe das System von Gleichungen auf, wenn $n = m = 4$ und $a_{ij} = 1$ für alle $i \neq j$, während $a_{ii} = 0$ für $i = 1, \dots, 4$.

Für die rechten Seiten gilt $b_i = 3 \cdot i$ für $i = 1, \dots, 4$.

Wie lautet die Lösung des Systems?

Aufgabe 12.3.2 von Seite 532

Berechne $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ und $5\mathbf{A} - 3\mathbf{B}$, wenn

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 12.4.3 von Seite 535

Bestimme x , y und z , wenn

$$3(x, y, z) + 5(-1, 2, 3) = (4, 1, 3)$$

Aufgabe 12.4.6 von Seite 535

Schreibe den Vektor $(4, -11)$ als Linearkombination von $(2, -1)$ und $(1, 4)$.

Aufgabe 1 zu linearen Funktionen

Definition: Lineare Funktion

Eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ heißt **lineare Funktion**, falls die folgenden zwei Bedingungen gelten:

- ▶ **Homogenität:** $f(t \cdot \mathbf{x}) = t \cdot f(\mathbf{x})$ für alle $t \in \mathbb{R}$ und $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.
- ▶ **Additivität:** $f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y})$ für alle $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$.

Definiere für $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ die Funktion

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} \text{ für } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$$

Is g eine lineare Funktion?