

Formelsammlung zu Kapitel 15

Regressor x_j **endogen**, falls $Cov(x_{ij}, u_i) \neq 0$

$\Rightarrow E[u|X] \neq E[u]$ **MLR 4** verletzt $\Rightarrow E[\hat{\beta}] \neq \beta$.

z_i Instrument für x_i , falls $Cov(z_i, x_i) \neq 0$ (Relevanz), $Cov(z_i, u_i) = 0$ (Exogenität)

$$Cov(y_i, z_i) = Cov(\beta_0 + \beta_1 x_i + u_i, z_i) = \beta_1 \underbrace{Cov(x_i, z_i)}_{\neq 0} + \underbrace{Cov(u_i, z_i)}_{=0} \Leftrightarrow \beta_1 = \frac{Cov(y_i, z_i)}{Cov(x_i, z_i)}$$

$$\Rightarrow \hat{\beta}_1^{IV} = \frac{\widehat{Cov}(y, z)}{\widehat{Cov}(x, z)} = \beta_1 + \frac{\widehat{Cov}(u, z)}{\widehat{Cov}(x, z)}.$$

Weak-Instruments-Problem: Wenn $\widehat{Cov}(z, x)$ klein $\Rightarrow$ Verzerrung groß

IV im multiplen Regressionsmodell

Exakt identifizierter Fall:

$$\hat{\beta}^{IV} = (Z'X)^{-1}Z'y.$$

Überidentifizierter Fall $\rightarrow$ First Stage Regression:

$$X = \Pi Z + v \xrightarrow{OLS} \hat{\Pi} = (Z'Z)^{-1}Z'X \Rightarrow \hat{X} = Z\hat{\Pi} = Z(Z'Z)^{-1}Z'X \Rightarrow \hat{\beta}^{2SLS} = (\hat{X}'\hat{X})^{-1}\hat{X}'y.$$

Test auf Relevanz: F-Test der First Stage Regression (Faustregel: $F > 10$)

Durbin-Wu-Hausman-Test (Regressor endogen?)

First Stage Regression $\rightarrow$ Residuen $\hat{v}$

$$y = X\beta + \delta\hat{v} + e$$

t -Test: $H_0 \delta = 0$

H_0 abgelehnt: Regressor endogen.