

Nebenbedingungen in Gleichheit



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Das üben wir in diesem Kapitel:

18.1 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren

Aufgabe 18.1.1 von Seite 843

Perfekte Komplemente

Perfekte Substitute

18.2 Interpretation des Lagrange-Multiplikators

Aufgabe 18.2.2 von Seite 847

Nichtnegativitätsbedingungen

Quasilineare Nutzenfunktion

Aufgabe 18.1.1 von Seite 843

Betrachte das Problem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} x \cdot y \text{ u.d.B. } x + 3y = 24$$

- a) Verwende die Lagrange-Methode, um die einzig mögliche Lösung zu finden.

Für das Nutzenmaximierungsproblem einer allgemeinen Cobb-Douglas-Nutzenfunktion gilt:

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} A \cdot x^c \cdot y^d \text{ u.d.B. } p_x \cdot x + p_y \cdot y = m$$

$$\Rightarrow x^* = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_x}, \quad y^* = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_y}$$

- b) Überprüfe die Lösung von a), in dem Du die Resultate des allgemeinen Cobb-Douglas-Nutzenmaximierungsproblems verwendest.

Aufgabe zu Perfekte Komplemente

Die Nutzenfunktion

$$u(x, y) = \min\{ax, by\}, \quad x, y \geq 0$$

repräsentiere Präferenzen für perfekte Komplemente.

Betrachte:

$$\max_{x, y \geq 0} u(x, y) \text{ u.d.B. } px + qy = m$$

- a) Argumentiere, warum hier die Lagrange Methode nicht so gut geeignet ist.
- b) Beschreibe das Problem grafisch.
- c) Wie lautet die Lösung des Problems?

Aufgabe zu Perfekte Substitute

Die Nutzenfunktion

$$u(x, y) = ax + by \text{ mit } a, b > 0, x, y \geq 0$$

repräsentiere Präferenzen für perfekte Substitute.

Betrachte:

$$\max_{x, y \geq 0} u(x, y) \text{ u.d.B. } px + qy = m$$

- a) Wie lautet die Lagrangefunktion?
- b) Wie lauten die Bedingungen erster Ordnung für ein Maximum?
- c) Wie lautet die optimale Konsumententscheidung in Abhängigkeit der Parameter a, b, p, q ?

Aufgabe 18.2.2 von Seite 847

Es sei $c(K, L) = r \cdot K + w \cdot L$ eine Kostenfunktion, wobei $r, w > 0$ und $f(K, L) = \sqrt{K} + L$ eine Produktionsfunktion für $K, L \geq 0$.

- a) Interpretiere $-\frac{c'_1(K^*, L^*)}{c'_2(K^*, L^*)}$ und $-\frac{f'_1(K^*, L^*)}{f'_2(K^*, L^*)}$.
- b) Löse das Problem

$$\min_{K, L \in \mathbb{R}} c(K, L) \text{ u.d.B. } f(K, L) = Q,$$

wobei $Q > w/2r$.

- c) Verifiziere, dass für die Lösung (K^*, L^*) gilt:

$$-\frac{c'_1(K^*, L^*)}{c'_2(K^*, L^*)} = -\frac{f'_1(K^*, L^*)}{f'_2(K^*, L^*)}$$

Nichtnegativitätsbedingungen

Betrachte das Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} \ln(1+x) + y \text{ u.d.B. } x + 16y = 495, x \geq 0, y \geq 0$$

- a) Schreibe die notwendigen Bedingungen mit Nichtnegativitätsbedingungen für eine Lösung auf.
- b) Bestimme die Lösung des Problems.
- c) Schätze ab, um wieviel der Nutzen ungefähr zunimmt, wenn das Einkommen von 495 auf 500 steigt.

Aufgabe zu quasilinearer Nutzenfunktion

Gegeben sei das Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{x,y \geq 0} v(x) + y \text{ u.d.B. } px + qy = m$$

mit $v : \mathbb{R}_{\geq} \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar und $v'(x) > 0$, $v''(x) < 0$ für alle $x \geq 0$.

- a) Schreibe die notwendigen Bedingungen mit Nichtnegativitätsbedingungen für eine Lösung auf.
- b) Bestimme die Lösung des Problems. Achte dabei auf geeignete Fallunterscheidungen.