

Übung zu Kapitel 08: Heteroskedastizität

Aufgabe 1

- ▶ Generiere mit Gretl einen neuen Datensatz mit 1000 Beobachtungen.
- ▶ Generiere einen Regressor $x = randgen(u, 0, 100)$ und einen Störterm $u = randgen(n, 0, 6) * sqrt(x)$.
- ▶ Wie lautet die auf x bedingte Varianz des Störterms u_i ?
- ▶ Generiere einen Regressanden $y = 1 + 2 \cdot x + u$.
- ▶ Schätze $\mathbf{y} = \beta_0 + \beta_1 \mathbf{x} + \mathbf{u}$ per OLS und teste auf Heteroskedastizität.
- ▶ Transformiere die Daten.
- ▶ Schätze $\tilde{\mathbf{y}} = \beta_0 \tilde{\mathbf{1}} + \beta_1 \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{u}}$ per OLS und teste auf Heteroskedastizität.

Aufgabe 2

Betrachte den Wooldridge Datensatz 401ksubs. Dieser enthält $n = 9275$ Beobachtungen und neun Variablen, unter anderem das Nettofinanzvermögen (*nettfa*), die Größe der Familie (*fsize*) und das Einkommen (*inc*).

- a) Schränke den Datensatz zunächst auf alle Alleinstehenden ($fsize == 1$) ein und schätze das Modell 1

$$nettfa_i = \beta_0 + \beta_1 inc_i + u_i$$

per OLS.

- b) Teste das Modell auf Heteroskedastizität
c) Nehme an, dass $var(u_i | inc_i) = \sigma^2 inc_i$ gilt und transformiere das Modell entsprechend.
d) Schätze nun das Modell 2

$$\widetilde{nettfa} = \beta_0 \widetilde{inc} + \beta_1 \widetilde{inc}$$

- e) Liegt Heteroskedastizität vor?

Aufgabe 3

Betrachte wieder den Wooldridge Datensatz 401ksubs und schränke diesen erneut auf die Alleinstehenden ein. Unterstelle das Modell

$$nettfai = \beta_0 + \beta_1 inc_i + \beta_2 (age_i - 25)^2 + \beta_3 male_i + \beta_4 e401k_i + u_i,$$

und nehme an, dass $var(u_i|x_i) = \sigma^2 inc_i$ gilt.

- a) Schätze das Modell mittels OLS sowie WLS. Benutze bei der OLS-Schätzung sowohl klassische als auch robuste Standardfehler.
- b) Führe Breusch-Pagan-Test mit den erhaltenen OLS- sowie gewichteten WLS-Residuen durch und interpretiere die Ergebnisse.
- c) Entscheide auf Basis der Ergebnisse aus der vorherigen Teilaufgabe, ob eine passende Heteroskedastizitätsfunktion zur WLS-Schätzung genutzt wurde.

Aufgabe 4

Betrachte den Wooldridge Datensatz `wage1` und gehe folgendermaßen vor:

- a) Schätze mittels OLS zunächst das Modell

$$\ln(\text{wage}_i) = \beta_0 + \beta_1 \text{educ}_i + \beta_2 \text{exper}_i + u_i$$

und überprüfe, ob die Fehler homoskedastisch sind.

- b) Schätze mittels OLS

$$\ln(\hat{u}_i^2) = \alpha_0 + \alpha_1 \text{educ}_i + \alpha_2 \text{exper}_i + w_i$$

und bestimme damit $\hat{\sigma}_i^2$.

- c) Schätze das obige Modell mittels FGLS mit

$$\hat{\Omega} = \text{diag}(\hat{\sigma}_1^2, \dots, \hat{\sigma}_{526}^2).$$

- d) Überprüfe, ob die FGLS-Residuen homoskedastisch sind.