

Klausuraufgaben zu

Kapitel 14 „Funktionen mehrerer Variablen“

14.1 Haupttermin 2025	2
14.2 Nachtermin 2025	3
14.3 Haupttermin 2024	4
14.4 Nachtermin 2024	5
14.5 Nachtermin 2024	6
14.6 Haupttermin 2023	7
14.7 Haupttermin 2023	8
14.8 Nachtermin 2023	9
14.9 Nachtermin 2023	10

Diese Aufgaben werden in den Tutorien 9 und 10 besprochen.

Für Tutorium 9 sind die Aufgaben 14.3, 14.4, 14.5 und 14.6 vorgesehen.

In Tutorium 10 werden die Aufgaben 14.1, 14.2, 14.7, 14.8 und 14.9 besprochen.

14.1 Haupttermin 2025

Wie lautet die Hessematrix der folgenden Funktion?

$$f(x, y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 7x - 7y + 127$$

a) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$

b) $\nabla f(x, y) = \begin{pmatrix} -4x+4y+7 \\ 4x-6y-7 \end{pmatrix}$

c) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

d) Die Funktion f besitzt keine Hessematrix.

Zusatzfrage:

Ist diese Funktion konvex, konkav oder weder noch?

(Diese Frage wurde in der Klausur nicht gestellt.)

14.2 Nachtermin 2025

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch

$$f(x, y) = 2x^2 + 3xy - 2y^2$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$ definiert.

Wie lautet die Hessematrix der Funktion f ?

a) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

b) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

c) $f''(x, y) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

d) Die Funktion f besitzt keine Hessematrix.

Zusatzfrage:

Ist diese Funktion konvex, konkav oder weder noch?

(Diese Frage wurde in der Klausur nicht gestellt.)

14.3 Haupttermin 2024

Es sei $||\binom{x}{y}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Länge des Vektors $\binom{x}{y}$.

Wie lautet die partielle Ableitung dieser Größe nach x für $\binom{x}{y} = \binom{3}{4}$?

a) $\frac{\partial ||\binom{x}{y}||}{\partial x} = 0$

b) $\frac{\partial ||\binom{x}{y}||}{\partial x} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{\partial ||\binom{x}{y}||}{\partial x} = 1$

d) $\frac{\partial ||\binom{x}{y}||}{\partial x} = \frac{3}{5}$

14.4 Nachtermin 2024

Die Funktion $f : \mathbb{R}_{\geq}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei für $x, y \geq 0$ definiert durch:

$$f(x, y) = (x^3 y^2)^{\frac{1}{5}}$$

Für $x = 1$, $y = 32$ gilt $f(1, 32) = 4$.

Welchen Wert nimmt die Funktion an der Stelle $(x, y) = (2, 64)$ an?

- a) Es gilt $f(2, 64) = 256$.
- b) Es gilt $f(2, 64) = 20$.
- c) Es gilt $f(2, 64) = 8$.
- d) Es gilt $f(2, 64) = 128$.

14.5 Nachtermin 2024

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$$

Wie lautet der Gradient dieser Funktion für x, y mit $x > y$?

a) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x, y)}, \frac{2y}{f(x, y)} \right)$

b) $\nabla f(x, y) = \left(\frac{x}{f(x, y)}, -\frac{y}{f(x, y)} \right)$

c) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x, y)}, \frac{y}{f(x, y)} \right)$

d) $\nabla f(x, y) = (1, -1)$

14.6 Haupttermin 2023

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (x + y)(x - y) \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}$$

Wie lautet der Gradient $\nabla f(x_0, y_0)$ von f an der Stelle $(x_0, y_0) = (2, -2)$?

a) $\nabla f(x_0, y_0) = (2, -2)$

b) $\nabla f(x_0, y_0) = (0, 0)$

c) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, -4)$

d) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, 4)$

14.7 Haupttermin 2023

Für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei der Gradient im Punkt $(x_0, y_0) = (4, -4)$ gegeben durch

$$\nabla f(x_0, y_0) = (2, 2)$$

Welche der folgenden Gleichungen kann eine Höhenlinie der Funktion f durch den Punkt (x_0, y_0) beschreiben?

a) $(x - 3)^2 - (y + 5)^2 = 0$

b) $2(x - 3)(y + 5) = -2$

c) $x^2/y^2 = 1$

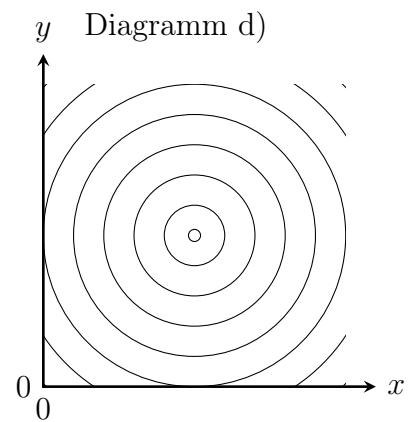
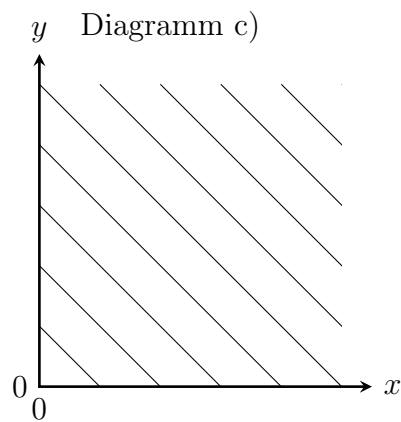
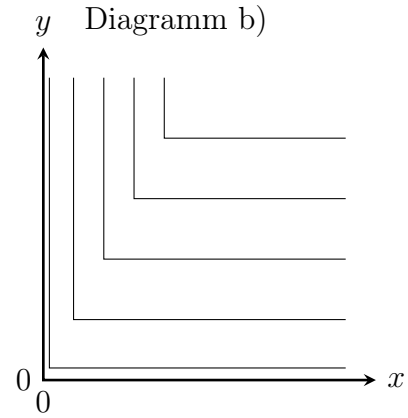
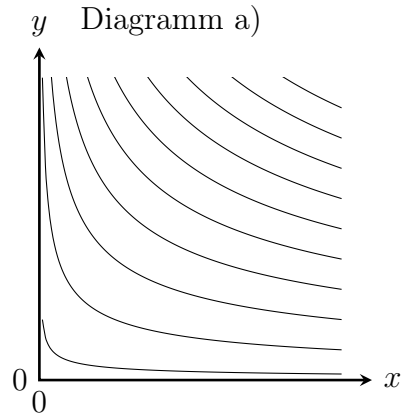
d) $2(x + y) = 0$

14.8 Nachtermin 2023

Gegeben sei die Funktion $u : \mathbb{R}_{\geq}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$u(x, y) = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, \quad x, y \geq 0$$

Welches der folgenden Diagramme zeigt Höhenlinien dieser Funktion?



14.9 Nachtermin 2023

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 27$$

Welcher der angegebenen Punkte ist kein stationärer Punkt dieser Funktion?

- a) $(x, y) = (-2, -2)$;
- b) $(x, y) = (3, 3)$;
- c) $(x, y) = (1, -1)$;
- d) $(x, y) = (1, 1)$;