Übung 7 zu Kapitel 13:[1]

Determinanten, Inverse und quadratische Formen

Moodle

Lehrbuch

[1] Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

13.1 Determinanten der Ordnung 2

- Aufgabe 13.1.1
- Aufgabe 13.1.3

13.2 Determinanten der Ordnung 3x3

- Aufgabe 13.2.1

13.6 Die Inverse einer Matrix

- Aufgabe 13.6.3

Rangkriterium

- Aufgabe 12.8.2

Aufgabe 13.1.1

Berechne folgende Determinanten:

$$a)\ \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad b)\ \begin{vmatrix} a & a \\ b & b \end{vmatrix} \qquad c)\ \begin{vmatrix} 2-x & 1 \\ 8 & -x \end{vmatrix}$$

$$d)\ \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix} \qquad e)\ \begin{vmatrix} 3^t & 2^t \\ 3^{t-1} & 2^{t-1} \end{vmatrix}$$

Aufgabe 13.1.3

Verwende die Cramer'sche Regel, um die folgenden Gleichungssysteme nach x und y aufzulösen. Überprüfe die Antworten durch Einsetzen.

$$a)\quad \begin{array}{rcrcl} 3x & - & y & = & 8 \\ x & - & 2y & = & 5 \end{array}$$

$$b)\quad \begin{array}{rcrcl} x & + & 3y & = & 1 \\ 3x & - & 2y & = & 14 \end{array}$$

$$c)\quad \begin{array}{rcrcl} ax & - & by & = & 1 \\ bx & + & ay & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe 13.2.1

Verwende die Regel von Sarrus, um die Determinanten der folgenden Matrizen zu berechnen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}, \ D = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & e & 0 \\ c & 0 & d \end{pmatrix}$$

Aufgabe 13.6.3

Löse folgende Gleichungssysteme, indem Du die Koeffizientenmatrix invertierst.

a) $$\begin{array}{rcrcr} 2x & - & 3y & = & 3 \\ 3x & - & 4y & = & 5 \end{array}$$

b) $$\begin{array}{rcrcr} 2x & - & 3y & = & 8 \\ 3x & - & 4y & = & 11 \end{array}$$

c) $$\begin{array}{rcrcr} 2x & - & 3y & = & 0 \\ 3x & - & 4y & = & 0 \end{array}$$

Aufgabe 12.8.2

Nutze Gauß'sche Elimination um die erweiterte Koeffizientenmatrix in Treppenstufenform zu bringen. Welche Fallunterscheidungen sind in Bezug auf die Lösungsmenge für a und b zu treffen?

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & - & z & = & 1 \\ x & - & y & + & 2z & = & 2 \\ x & + & 2y & + & az & = & b \end{array}$$

Nutze nun das Rangkriterium um in Abhängigkeit von a und b zu bestimmen ob und wenn ja, wie viele Lösungen das System hat.