

Klausuraufgaben zu Kapitel 13

„Determinanten, Inverse und quadratische Formen“

13.1 Haupttermin 2021	2
13.2 Haupttermin 2021	3
13.3 Nachtermin 2021	4
13.4 Haupttermin 2024	5
13.5 Nachtermin 2024	6

Diese Aufgaben werden in Tutorium 7 besprochen.

13.1 Haupttermin 2021

Betrachten Sie das Gleichungssystem $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -6 & 7 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Es existiert kein Vektor in \mathbb{R}^3 , welcher das Gleichungssystem erfüllt.
- b) Es existiert ein Vektor $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^3$, welcher das Gleichungssystem erfüllt.
- c) Es existieren zwei Vektoren $\mathbf{x}^*, \hat{\mathbf{x}}^* \in \mathbb{R}^3$, welche das Gleichungssystem erfüllen.
- d) Es existieren unendlich viele Vektoren im \mathbb{R}^3 , welche das Gleichungssystem erfüllen.

13.2 Haupttermin 2021

Betrachten Sie folgende Matrix und Vektoren:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) $|\mathbf{A}| = -78$.
- b) Für die Lösung \mathbf{x}^* von $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ gilt $x_1^* = -1$.
- c)

$$rk \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = 3.$$

- d) Für die Lösung \mathbf{y}^* von $\mathbf{A} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{c}$ gilt $y_2^* = \frac{1}{4}$.

13.3 Nachtermin 2021

Es sei die Matrix \mathbf{M} wie folgt gegeben:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Welche der folgenden Matrizen kann nicht durch elementare Zeilenumformungen aus der Matrix \mathbf{M} entstehen?

a) $\begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 14 & -7 \\ 0 & 15 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

13.4 Haupttermin 2024

Es sei die Matrix $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ gegeben.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Matrix \mathbf{P} ist positiv definit.
- b) Die Matrix \mathbf{P} hat eine Inverse.
- c) Die Determinante der Matrix \mathbf{P} ist gleich null.
- d) Die beiden Spaltenvektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

13.5 Nachtermin 2024

Es sei die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 8 & 2-x \\ x-2 & -2 \end{pmatrix}$$

gegeben, wobei $x \in \mathbb{R}$.

Für welche Werte von x ist die Determinante von \mathbf{A} gleich null?

- a) $|\mathbf{A}| = 0$ für $x = 4$
- b) $|\mathbf{A}| = 0$ für $x = -4$ und $x = 4$
- c) $|\mathbf{A}| = 0$ für $x = -2$ und $x = 6$
- d) $|\mathbf{A}| = 0$ für $x = -2$ und $x = 2$