

## Aufgabenblatt 4 Ökonometrie MSc im Sommersemester

### Aufgabe 1

Gegeben sei folgende Stichprobe mit  $n = 3$ :

$i$	$y_i$	$x_i$	$z_i$
1	2	1	0
2	3	2	1
3	5	3	2

- Schreibe den Regressandenvektor  $\mathbf{y}$ .
- Stelle die Regressormatrix  $X$  auf.
- Schreibe das lineare Regressionsmodell in Matrixform

$$\mathbf{y} = X\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

- Gebe die Dimensionen von  $\mathbf{y}$ ,  $X$ ,  $\boldsymbol{\beta}$  und  $\mathbf{u}$  an.

### Aufgabe 2

Gegeben seien für das multiple Regressionsmodell

$$\mathbf{y} = \beta_0 + \beta_1\mathbf{x} + \beta_2\mathbf{z} + \mathbf{u}$$

folgende empirischen Momente:

$$\bar{y} = 10, \bar{x} = 2, \bar{z} = 3, s_{xx} = 4, s_{zz} = 9, s_{xz} = 3, s_{xy} = 8, s_{zy} = 12$$

Für die Akürzungen gelte:

$$\bar{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i \text{ und } s_{ab} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})$$

- Gebe die Momentenmatrix  $X'X$  an und verifiziere, dass sie positiv definit symmetrisch ist.
- Verifiziere, dass

$$(X'X)^{-1} = \frac{1}{9n} \begin{pmatrix} 21 & -3 & -2 \\ -3 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

- Gebe die Matrix  $X'y$  an.
- Berechne  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ .

### Aufgabe 3

Sei  $X'X$  die Momentenmatrix des linearen Regressionsmodells.

- Zeige, dass  $X'X$  symmetrisch ist.
- Zeige, dass  $X'X$  positiv semidefinit ist.
- Zeige, dass  $X'X$  unter **MLR 3** positiv definit ist.