

## Klausuraufgaben zu Kapitel 9 „Optimierung“

9.1	Haupttermin 2023 . . . . .	2
9.2	Nachtermin 2023 . . . . .	3
9.3	Haupttermin 2024 . . . . .	4
9.4	Haupttermin 2024 . . . . .	5
9.5	Nachtermin 2024 . . . . .	6
9.6	Nachtermin 2024 . . . . .	7
9.7	Haupttermin 2025 . . . . .	8
9.8	Haupttermin 2025 . . . . .	9
9.9	Nachtermin 2025 . . . . .	10
9.10	Nachtermin 2025 . . . . .	11
9.11	Februar 2026 . . . . .	12
9.12	Februar 2026 . . . . .	13
9.13	Februar 2026 . . . . .	14
9.14	März 2026 . . . . .	15
9.15	März 2026 . . . . .	16
9.16	März 2026 . . . . .	17

In Tutorium 4 werden manche dieser Aufgaben besprochen.

Schaue Dir die Aufgaben vorher an und bitte Dein:e Tutor:in diejenigen Aufgaben zu besprechen, welche Dir Probleme bereiten.

## 9.1 Haupttermin 2023

Gegeben sei die Funktion  $f : [0, \frac{4}{3}] \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

Welcher der Werte für  $x$  ist **keine** Extremstelle dieser Funktion auf  $[0, \frac{4}{3}]$ ?

- a)  $x_1 = \frac{1}{3}$
- b)  $x_2 = \frac{2}{3}$
- c)  $x_0 = 0$
- d)  $x_3 = 1$

## 9.2 Nachtermin 2023

Gegeben sei  $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = 3x - 3 \ln(x + 1), \quad x > -1$$

Wie lautet die Wendestelle von  $f$ ?

- a) Die Funktion  $f$  hat keine Wendestelle.
- b)  $x = 0$
- c)  $f'(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$
- d)  $f''(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

### 9.3 Haupttermin 2024

Es sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = 6(3 - x)^2 + 5$$

definiert.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a)  $f(x) \geq 3$  für alle  $x \in \mathbb{R}$
- b)  $x = 3$  ist die einzige Minimumstelle von  $f$ .
- c) Der Minimalwert von  $f$  ist 5.
- d)  $x = 5$  ist eine Extremstelle von  $f$ .

## 9.4 Haupttermin 2024

Bestimme das Maximum und das Minimum der Funktion  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = -4x^2 + 12x - 20$$

- a) Die Minimumstelle lautet  $x = 0$  und die Maximumstelle lautet  $x = \frac{3}{2}$ .
- b) Die Minimumstelle lautet  $x = 2$  und die Maximumstelle lautet  $x = \frac{3}{2}$ .
- c) Die Minimumstelle lautet  $x = 2$  und die Maximumstelle lautet  $x = \frac{2}{3}$ .
- d) Die Minimumstelle lautet  $x = \frac{3}{2}$  und die Maximumstelle lautet  $x = 2$ .

## 9.5 Nachtermin 2024

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , welche wie folgt definiert sei:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 & \text{falls } x \leq 1 \\ \frac{2}{3} - \frac{3}{4}\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 & \text{falls } x > 1 \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) An der Stelle  $x_0 = 0$  ist ein Sattelpunkt von  $f$ .
- b) An der Stelle  $x_1 = \frac{5}{3}$  ist ein Sattelpunkt von  $f$ .
- c) An der Stelle  $x_1 = \frac{5}{3}$  ist  $f$  stationär.
- d) An der Stelle  $x_0 = 0$  ist  $f$  stationär.

## 9.6 Nachtermin 2024

Es sei folgendes Maximierungsproblem für  $x \geq 0$  gegeben:

$$\max_x 16 \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot x$$

Wie lautet der Wert der Maximumstelle  $x^*$ ?

- a)  $16 \cdot \sqrt{x^*} - 2 \cdot x^* = 2$
- b)  $16 \cdot \sqrt{x^*} - 2 \cdot x^* = 16$
- c)  $16 \cdot \sqrt{x^*} - 2 \cdot x^* = 16 \cdot \sqrt{2} - 4$
- d)  $16 \cdot \sqrt{x^*} - 2 \cdot x^* = 32$

## 9.7 Haupttermin 2025

Es sei die Funktion  $f : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch:

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \text{ für } 0 < x \leq 1$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Funktion  $f$  besitzt eine Maximumstelle in  $(0, 1]$ .
- b) Die Funktion  $f$  besitzt eine Minimumstelle in  $(0, 1]$ .
- c) Die Funktion  $f$  besitzt keine Maximumstelle in  $(0, 1]$ .
- d) Es gilt  $f(x) \leq 1$  für alle  $0 < x \leq 1$ .

## 9.8 Haupttermin 2025

Die Funktion  $f$  sei für  $0 \leq x \leq 4$  definiert durch

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

Wie lautet die Maximumstelle  $x^*$  dieser Funktion auf  $[0, 4]$ ?

- a)  $x^* = 0$
- b)  $x^* = 3$
- c)  $x^* = 4$
- d) Keine der angegebenen Stellen ist eine Maximumstelle von  $f$  auf  $[0, 4]$ .

## 9.9 Nachtermin 2025

Es sei die Funktion  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = \frac{50}{x} + \frac{1}{2}x \text{ für } x > 0$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Funktion  $f$  besitzt eine Maximumstelle.
- b) Die Funktion  $f$  besitzt eine Minimumstelle.
- c) Die Funktion  $f$  besitzt keine Maximumstelle.
- d) Es gilt  $f(x) \geq 10$  für alle  $x > 0$ .

## 9.10 Nachtermin 2025

Die Funktion  $f$  sei für  $-3 \leq x \leq 0$  definiert durch

$$f(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Wie lautet die Minimumstelle  $x^*$  dieser Funktion auf  $[-3, 0]$ ?

- a)  $x^* = -3$
- b)  $x^* = -2$
- c)  $x^* = -1$
- d)  $x^* = 0$

## 9.11 Februar 2026

Die Funktion  $f$  sei für  $0 < x < 2$  definiert mit

$$f(x) = \ln(x) - x$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a)  $f$  nimmt an der Stelle  $x = 1$  ein Maximum an.
- b)  $f(x) \geq \ln(2) - 2$  für alle  $x$ .
- c)  $f$  hat weder ein Maximum noch ein Minimum auf  $(0, 2)$ .
- d) Die Stelle  $x = 1$  ist eine Sattelstelle von  $f$ .

## 9.12 Februar 2026

Gegeben sind die folgenden Funktionen:

$$f(x) = \frac{5}{(x+3)^2 + 1}$$

$$h(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$g(x) = (x+3)(x-3)$$

$$i(x) = \ln(x+3)$$

Welche zwei Funktionen haben auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich dieselben Extremwertstellen?

- a)  $f$  und  $h$
- b)  $h$  und  $i$
- c)  $g$  und  $i$
- d)  $f$  und  $g$

### 9.13 Februar 2026

Eine Firma produziert  $x$  Einheiten eines Gutes mit der Kostenfunktion  $C(x) = ax^2 + bx$  ( $a, b > 0$ ). Das Gut wird zu einem festen Preis von 12 Euro pro Stück verkauft. Es ist bekannt, dass der Gewinn bei einer Produktionsmenge von  $x^* = 10$  Einheiten maximal ist. Welche Beziehung muss zwischen den Parametern  $a$  und  $b$  gelten?

a)  $b = 12 - 20a$

b)  $b = 12 - 10a$

c)  $20a - b = 12$

d)  $a = 12 - 20b$

## 9.14 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $(-1, \infty)$  definiert durch

$$f(x) = x + 2 \ln(x + 1)$$

Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- a)  $x = -1$  ist die einzige Extremstelle von  $f$
- b)  $f$  nimmt kein Minimum an.
- c)  $f$  nimmt kein Maximum an.
- d)  $f$  ist streng konkav.

## 9.15 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $[-2, 2]$  definiert durch

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- a)  $x = 2$  ist eine Maximalstelle von  $f$ .
- b)  $f$  ist weder konvex noch konkav auf  $[-2, 2]$ .
- c)  $x = -2$  ist eine Maximalstelle von  $f$ .
- d)  $x = 0$  ist eine Minimalstelle von  $f$ .

## 9.16 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $\mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$$

Welche Forderungen müssen an die Konstanten  $a$  und  $b$  gestellt werden, damit die Funktion stationäre Stellen an den Stellen  $x = 1$  und  $x = 3$  hat?

- a)  $a = -6$  und  $b = 9$
- b)  $a = 6$  und  $b = -9$
- c)  $a = -3$  und  $b = 3$
- d)  $a = 1$  und  $b = 3$