

## Klausuraufgaben zu

## Kapitel 8 „Konkave und Konvexe Funktionen“

8.1	Haupttermin 2025 . . . . .	2
8.2	Nachtermin 2025 . . . . .	3
8.3	Februar 2026 . . . . .	4
8.4	März 2026 . . . . .	5
8.5	Beispiel 8.2.2 von Seite 360 . . . . .	6
8.6	Beispiele 8.6.1 von Seite 380 & 8.6.2 von Seite 381 . . . . .	7

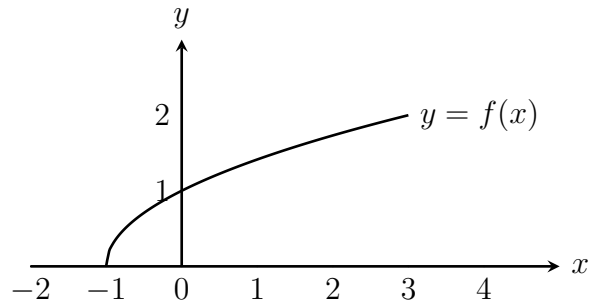
Diese Aufgaben werden in Tutorium 3 besprochen.

## 8.1 Haupttermin 2025

Es sei die Funktion  $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch:

$$f(x) = \sqrt{x+1} \text{ für } x > -1$$

Das folgende Diagramm bildet den Graphen dieser Funktion ab:



Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die zweite Ableitung von  $f$  lautet  $f''(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^{-3/2}$  für  $x > -1$ .
- b) Die Funktion  $f$  ist strikt konkav auf  $(-1, \infty)$ .
- c) Die Funktion  $f$  ist konkav auf  $(-1, \infty)$ .
- d) Die Funktion  $f$  ist konvex auf  $(-1, \infty)$ .

## 8.2 Nachtermin 2025

Es sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch:

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{falls } x \leq 1 \\ 2 - x & \text{falls } x > 1 \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- a) Die Funktion  $f$  ist konkav.
- b) Die Funktion  $f$  ist konvex.
- c) Die Funktion  $f$  ist strikt konkav.
- d) Die Funktion  $f$  ist strikt konvex.

### 8.3 Februar 2026

Welcher der aufgeführten Punkte lässt sich nicht als Konvexkombination von  $(x_A, y_A) = (-25, -8)$  und  $(x_B, y_B) = (30, 14)$  darstellen?

a)  $(x_1, y_1) = (35, 16)$

b)  $(x_2, y_2) = (-15, -4)$

c)  $(x_3, y_3) = (10, 6)$

d)  $(x_4, y_4) = (25, 12)$

## 8.4 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $\mathbb{R}$  definiert durch

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 10$$

Auf welchem der folgenden Intervalle ist  $f$  streng konkav?

- a)  $f$  ist streng konkav auf  $(-3, -1)$ .
- b)  $f$  ist streng konkav auf  $[-3, 1]$ .
- c)  $f$  ist streng konkav auf  $(-3, 1)$ .
- d)  $f$  ist streng konkav auf  $(-3, 1]$ .

## 8.5 Beispiel 8.2.2 von Seite 360

Einer Person wird die Wahl zwischen drei alternativen Konsumplänen angeboten.

Der erste ist  $(C, c)$ , wobei  $C \geq c$ , d. h. sie konsumiert in der ersten Periode nicht weniger als in der zweiten. Der zweite Plan ist  $(c, C)$ , so dass der Konsum nicht geringer ist in der zweiten Periode. Die dritte Alternative erlaubt ihr in jeder Periode dieselbe durchschnittliche Menge zu konsumieren:  $\bar{c} = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}C$ .

Der Nutzen aus dem Konsum der Größen  $c_1$  und  $c_2$  sei durch  $u(c_1) + u(c_2)$  gegeben, wobei  $c_1$  und  $c_2$  die Konsumpläne der Perioden 1 und 2 seien.

Es sei bekannt, dass die Funktion  $u$  konkav ist, die Person also risikoavers ist, .

Welchen der drei Konsumpläne bevorzugt die Person?

Wie lässt sich die Konkavität der Funktion  $u$  als Risikoaversion interpretieren?

## 8.6 Beispiele 8.6.1 von Seite 380 & 8.6.2 von Seite 381

Bestimme die Wendestelle(n) der Funktionen  $f(x) = x^4$  und  $g(x) = \frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{6}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$ !

