Autor: Carsten Stahl

## A 1

$$
\begin{aligned}
A &= \{3\} \\
B &= \{30, 15, 10, 6, 5, 3, 2, 1\} \\
C &= \{7, 14, 21\} \\
D &= \{3, -3\} \\
E &= \{9\} \\
F &= \{2\} \\
G &= (1, \infty)
\end{aligned}
$$

## A 2

1. Falsch, B ist eine Familie von Mengen
2. Nein, aus dem selben Grund wie a)
3. Nein, weil C ebenfalls eine Menge von Mengen ist
4. Ja das ist richtig. $\{1, 2\} \in C$
5. Nein, D ist eine Menge von Mengen
6. Nein, weil $\{2\} \notin C$
7. Richtig
8. Nein, weil B und C eine menge von mengen ist
9. Richtig

## A 3

1. Falsch, nur wenn $C \cap B = \emptyset$
2. Falsch, weil:

$$
\begin{aligned}
(A \cup B) \cap C &= (A \cap C) \cup (B \cap C) \\
A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C)
\end{aligned}
$$

```
Die teilen sich also $A \cap C$ aber nicht den rest
```

3. Hier gilt:

$$
\begin{aligned}
(A \cap B) \cup C &= (A \cup C) \cap (A \cup B) \\
(B \cup C) \cap A &= (B \cap A) \cup (C \cap A)
\end{aligned}
$$

Also sind sie nicht gleich, weil $C$ Elemente enthalten kann, welche nicht in $A$ sind.

## A 4

**a)**

$5 \cdot 3 = 15$

**b)**

Hier haben wir:

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}(2k+1) &= 2\left(\sum_{k=1}^{n} k\right) + n \\ &= 2\frac{n(n+1)}{2} + n \\ &= n^2 + n + n = n^2 + 2n\end{aligned}$$

**c)**

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{2j}{n+1}\right)^k &= \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{2}{(n+1)}\right)^k\left(\sum_{j=1}^{n} j\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{2}{(n+1)}\right)^k\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^k \\ &= \sum_{k=0}^{n} n^k \\ &= \frac{1-n^k}{1-n}\end{aligned}$$

**d)**

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} 2^k - \sum_{k=-1}^{n-2} 2^{k+1} &= \sum_{k=1}^{n} 2^k - \sum_{k=0}^{n-1} 2^k \\ &= 2^n - 2^0 \\ &= 2^n - 1\end{aligned}$$

## A 5

**a)**

$$\frac{37 \cdot 6^m - 6^m}{6^{m+2}} = \frac{6^{m+2}}{6^{m+2}} = 1$$

**b)**

$$\frac{(3x^2y^{-3})^{-4}}{(9x^3y^{-6})^{-2}} = \frac{(3^{-4}x^{-8}y^{-12})}{(9^{-2}x^{-6}y^{-21})}$$
$$= x^{-2}$$

**c)**

$$\frac{(a+3)a^{n-1}}{(a+3)a^{n-3}} = a^2$$

**d)**

$$\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3\left(\frac{c^2d^2}{ab^2}\right)^4 = \frac{a^6b^3c^8d^8}{a^4b^8c^3d^9}$$
$$= a^2b^{-5}c^5d^{-1}$$

## A 6

Ist das wiederholte anwenden der p,q formel.