

Aufgabenblatt Ü10

Die Aufgaben sind den Lehrbüchern „Statistik im Bachelor-Studium der BWL und VWL“ von Wewel & Blatter [WB] und „Statistik“ von Bamberg, Baur und Krapp [S-BBK] entnommen.

Aufgabe 1

Es sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Dichte

$$f(x) = \begin{cases} c \cdot x & \text{falls } 0 \leq x \leq 2\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- Bestimme die Konstante c .
- Berechne den Erwartungswert und Varianz von X .
- Bestimme die Verteilungsfunktion.
- Berechne den Median und die 0,1- und 0,95-Quantile.

Aufgabe 2

Von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der zweidimensionalen Zufallsvariablen (X, Y) ist bekannt:

- X hat den Wertebereich $\{0; 4\}$ und es gilt $\mathbb{P}(X = 0) = 0,4$,
 - Y hat den Wertebereich $\{-2; 0; 2\}$ und es gilt $\mathbb{P}(Y = 2) = \mathbb{P}(Y = -2) = 0,3$,
 - $\mathbb{P}(X = 0, Y = -2) = \mathbb{P}(X = 0, Y = 2) = 0,2$.
- Erstelle zu (X, Y) die Tabelle der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsfunktion $\mathbb{P}(X = x, Y = y)$ mit Randwahrscheinlichkeiten $\mathbb{P}(X = x)$ und $\mathbb{P}(Y = y)$.
 - Berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\mathbb{E}(Y)$.
 - Sind X und Y unabhängig?
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X > Y)$.
 - Berechne die bedingte Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(X > Y | Y = 2)$.

Die Aufgaben dieser Seite sind für den zweiten Teil der Übung mit der Zielgruppe Lehramt.

Aufgabe 6.6 [WB S.198]

An einer innerstädtischen Hauptverkehrsstraße ist ein stationäres Blitzgerät zur Geschwindigkeitsüberwachung installiert, das grundsätzlich alle Fahrzeuge blitzt, die die erlaubte Höchstgeschwindigkeit überschreiten. Erfahrungsgemäß wird diese von 10% der Fahrzeuge um bis zu 10 km/h (15 Euro Bußgeld), von 4% um 11 bis 15 km/h (25 Euro Bußgeld), von 3% um 16 bis 20 km/h (35 Euro Bußgeld), von 2% um 21 bis 25 km/h (50 Euro Bußgeld) und von 1% der Fahrzeuge um 26 bis 30 km/h (60 Euro Bußgeld) überschritten.

- b) Pro Blitzvorgang und anschließendem Bußgeldverfahren entstehen der Stadt Kosten von 20 Euro. Bestimme den Wertebereich der Zufallsvariablen X "Gewinn der Stadt bei einem Blitzvorgang"!
- c) Erstelle für die Zufallsvariable X eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion!

Aufgabe 10 [HT 23/24]

Gegeben seien zwei diskrete Zufallsvariablen X und Y , welche gemeinsam der in der Tabelle angegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung folgen:

		y_1	y_2	y_3
		-1	0	1
x_1	0	0	1/3	0
x_2	1	1/3	0	1/3

Die Zelle der Zeile x_i und Spalte y_j gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass X den Wert x_i und Y den Wert x_j annimmt: $f_{X,Y}(x_i, y_j)$.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Die Zufallsvariablen X und Y sind unabhängig und $cov(X, Y) = 0$.
- b) Die Zufallsvariablen X und Y sind nicht unabhängig und $cov(X, Y) \neq 0$.
- c) Die Zufallsvariablen X und Y sind nicht unabhängig und $cov(X, Y) = 0$.
- d) Die Zufallsvariablen X und Y sind unabhängig und $cov(X, Y) \neq 0$.