Fakultät Wirtschaftswissenschaften
TU Dortmund

Dr. Lars Metzger
mathe.wiwi@tu-dortmund.de

Aufgabenblatt T12

Aufgabe 1

Eine Firma möchte Sekt in kleinen Flaschen verkaufen. Die Abfüllanlage kann so eingestellt werden, dass sie im Durchschnitt eine bestimmte Menge Flüssigkeit pro Flasche ausgibt. Die ausgegebenen Zentiliter (cl) pro Flasche seien normalverteilt mit Standardabweichung $\sigma = 1.8cl$. Auf welchen durchschnittlichen Wert ist die Anlage einzustellen, damit die Flaschen, die nicht mehr als 0.25l fassen, nur in 2% der Fälle überfließen?

Aufgabe 2 [Aufgabe 2.41 AS-BBK S. 50]

Man betrachte die Klausurergebnisse in Mathematik (Zufallsvariable X) und Statistik (Zufallsvariable Y). Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion f der beiden Zufallsvariablen X und Y werde durch Auswertung der Klausurergebnisse von Studierenden des WiWi-Fachbereichs geschätzt und in die folgende Tabellenform gebracht:

x \ y	1	2	3	4	5
1	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
2	0,04	0,10	0,03	0,02	0,01
3	0,02	0,08	0,20	0,08	0,02
4	0,01	0,02	0,04	0,10	0,03
5	0,00	0,01	0,03	0,03	0,03

a) Man bestimme die Wahrscheinlichkeiten

- in Mathematik zu bestehen (d.h. eine Note ≤ 4 zu erreichen) und in Statistik nicht zu bestehen
- in beiden Klausuren zu bestehen
- in beiden Klausuren nicht zu bestehen
- in beiden Klausuren besser als 3 zu erhalten
- in beiden Klausuren zwischen 2 und 4 (inklusive) zu erhalten

b) Man gebe die Randwahrscheinlichkeits- und Randverteilungsfunktionen für X bzw. Y an.

c) Sind die beiden Zufallsvariablen unabhängig?

d) In Mathematik erzielen Aleyna, Ben, Carolin und David die Noten 1,2,3 und 4. Wie sehen für diese vier Kandidat:innen die „Notenchancen" bei der Statistik-Klausur aus?

e) Das Bestehen bzw. Nichtbestehen werde mithilfe der Indikatorvariablen

$$\tilde{X} = \begin{cases} 1, \text{ falls } X \leq 4 \\ 0, \text{ falls } X = 5 \end{cases} \quad \text{und } \tilde{Y} = \begin{cases} 1, \text{ falls } Y \leq 4 \\ 0, \text{ falls } Y = 5 \end{cases}$$

erfasst. Berechne die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion der Zufallsvariablen $\tilde{X}$ und $\tilde{Y}$.

Aufgabe 3 (optional)

Die monatliche Rendite (in Prozent) eines Wertpapiers A sei eine normalverteilte Zufallsvariable X mit Erwartungswert $\mu = 0.5$ und Varianz $\sigma^2 = 9$. Nehme an, dass die Renditen des Wertpapiers A zu unterschiedlichen Monaten voneinander unabhängig sind.

a) Welche Verteilung besitzt der Mittelwert der monatlichen Renditen innerhalb eines Kalenderjahres des Wertpapiers A?

b) Über wie viele Monate muss mindestens gemittelt werden, damit die Verteilung des Mittelwertes eine Standardabweichung kleiner gleich 1% besitzt?

c) Wie wahrscheinlich ist es, dass der Mittelwert der 24 monatlichen Renditen von zwei Kalenderjahren $\bar{X}_a \leq 1$ ist, wenn jede einzelne monatliche Rendite tatsächlich normalverteilt ist mit Erwartungswert 0.5 und Varianz 9?