

Variante A

Statistik

Technische Universität Dortmund

Fakultät Wirtschaftswissenschaften

8. Februar 2023

Bitte tragen sie ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

1. Prüfungsversuch Ja Nein

Matrikelnummer

Nachname _____

Studiengang _____

Vorname _____

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus 10 Aufgaben. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Jede Aufgabe hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine zutreffend ist.

Markieren sie die jeweils zutreffende Antwortmöglichkeit jeder Aufgabe auf diesem Deckblatt. Es werden ausschließlich ihre Markierungen der jeweiligen Antwortmöglichkeiten a) bis d) auf diesem Deckblatt gewertet. Skizzen und Anmerkungen werden nicht bewertet.

Sie dürfen entweder eine oder zwei Antwortmöglichkeiten für jede Aufgabe markieren.

Markieren sie genau eine Antwortmöglichkeit, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit drei Punkte für die entsprechende Aufgabe.

Markieren sie genau zwei Antwortmöglichkeiten, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit einen Punkt für die entsprechende Aufgabe.

In allen anderen Fällen erhalten sie null Punkte für diese Aufgabe.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift.

Bei 18 von maximal 30 erreichbaren Punkten ist die Klausur in jedem Fall bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

Viel Erfolg!

Markierung:

Korrektur:

Korrekturhinweis: Wenn sie irrtümlich ein falsches Kästchen angekreuzt haben, malen sie dieses bitte vollständig aus und kreuzen sie eindeutig erkennbar die zutreffende Antwort an.

Aufgabe 1

a)	b)	c)	d)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 3

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 4

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 5

a)	b)	c)	d)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 6

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 7

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 8

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 9

a)	b)	c)	d)
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 10

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Aufgabe 1

Zu Silvester wurden Feuerwerkskörper in verschiedenen Verpackungen verkauft. Die folgende Tabelle listet die Anzahl der verkauften Verpackungen zu den jeweiligen Preisen auf:

Verpackungspreis in €	1,00	2,00	2,50	3,00	4,00	5,00
Anzahl der Verkäufe	7	18	29	19	21	6

Wie groß ist der Anteil der verkauften Verpackungen, die 3,00€ oder weniger kosten?

- a) Dieser Anteil beträgt 73%.
- b) Dieser Anteil beträgt 19%.
- c) Dieser Anteil beträgt 100%.
- d) Dieser Anteil beträgt 27%.

Aufgabe 2

Eine Stichprobe von elf Personen haben in der Statistiklausur folgende Punktzahlen erreicht:

9, 13, 25, 30, 18, 30, 27, 21, 4, 29, 25

Wie lauten das arithmetische Mittel \bar{x}_a und der Median \bar{x}_m dieser Stichprobe?

- a) $\bar{x}_a = 19,5$ und $\bar{x}_m = 25$
- b) $\bar{x}_a = 21$ und $\bar{x}_m = 25$
- c) $\bar{x}_a = 15$ und $\bar{x}_m = 15$
- d) $\bar{x}_a = 21$ und $\bar{x}_m = 15$

Aufgabe 3

Für eine Stichprobe mit n Beobachtungspaaren $(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ sei die empirische Kovarianz gegeben durch $s_{xy} = 5$.

Betrachten Sie nun die transformierten Daten $z_i = -2 \cdot y_i + 1, i = 1, \dots, n$.

Wie lautet die empirische Kovarianz s_{xz} der Paare (x_i, z_i) ?

- a) $s_{xz} = -9$
- b) $s_{xz} = 10$
- c) $s_{xz} = 9$
- d) $s_{xz} = -10$

Aufgabe 4

Gegeben Sei ein Warenkorb mit den drei Gütern $i = 1, 2, 3$. Die Preise und Mengen dieser Güter seien für die beiden Perioden $t = 0, 1$ gegeben durch

i	$p_0(i)$	$p_1(i)$	$q_0(i)$	$q_1(i)$
1	15	9	24	20
2	18	12	20	15
3	24	20	15	9

Der Preisindex nach Paasche hat auf Grundlage dieser Daten den Wert $P_{01}^P = 0,687$, wobei auf die dritte Nachkommastelle gerundet wurde.

Welche der folgenden Aussagen gilt für die Preisindizes nach Laspeyeres (P_{01}^L), Paasche (P_{01}^P) und Fischer (P_{01}^F), welche auf Basis dieser Daten berechnet werden?

- a) $P_{01}^P < P_{01}^L < P_{01}^F$
- b) $P_{01}^L < P_{01}^F < P_{01}^P$
- c) $P_{01}^F < P_{01}^L < P_{01}^P$
- d) $P_{01}^P < P_{01}^F < P_{01}^L$

Aufgabe 5

In der Vorbereitung auf die Klausur konnten Studierende Vorschläge für die Formelsammlung einreichen.

Die folgende Tabelle listet einige Angaben zur Abgabe eines Vorschlags und zum Geschlecht der Person auf:¹

	weiblich	männlich
Vorschlag eingereicht	10	4
ohne Vorschlag	18	X

Betrachten Sie die Hypothese, dass das Geschlecht einer Person keinen Einfluss darauf hat, ob diese Person einen Vorschlag einreicht.

Welchen Wert würden Sie für X erwarten, falls diese Hypothese stimmt?

(Für welchen Wert X wäre der Kontingenzkoeffizient nahe null?)

Runden Sie dabei auf eine ganze Zahl.

- a) $X = 7$
- b) $X = 24$
- c) $X = 9$
- d) $X = 13$

¹Daten zum Geschlecht laut Lehrevaluation, die Option „divers“ wurde dort von null Personen gewählt.

Aufgabe 6

Betrachten Sie die unabhängigen Würfe eines roten und eines blauen Würfels mit je vier Seiten mit den Zahlen eins bis vier. Alle Seiten der Würfel fallen mit gleicher Wahrscheinlichkeit. Der rote Würfel bestimmt die zehner-Stelle und der blaue Würfel die einer-Stelle einer Zufallszahl X mit den Werten zwischen 11 und 44.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zahl $X \leq 33$ gewürfelt wird?

a) $\mathbb{P}(X \leq 33) = \frac{33}{16}$

b) $\mathbb{P}(X \leq 33) = \frac{1}{2}$

c) $\mathbb{P}(X \leq 33) = \frac{11}{16}$

d) $\mathbb{P}(X \leq 33) = \frac{3}{8}$

Aufgabe 7

Rainer Z. kreuzt jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit und unabhängig bei jeder der zehn Aufgaben dieser Klausur eine der vier Antwortmöglichkeiten an.

Für jedes zutreffende Kreuz erhält Rainer drei Punkte.

Welche der folgenden Aussagen in Bezug auf die Summe der Punkte Y , die Rainer in dieser Klausur erzielt ist richtig?

- a) $Y = 3X$, wobei $X \sim \mathcal{B}\left(10, \frac{1}{4}\right)$
- b) $Y \sim \mathcal{N}\left(\frac{30}{4}, \frac{3}{16}\right)$
- c) $Y = 30X$, wobei X Bernoulli-verteilt mit $p = \frac{1}{4}$
- d) $Y \sim \mathcal{P}\left(\frac{30}{4}\right)$

Aufgabe 8

Es sei die Zufallsvariable X gleichverteilt auf dem Intervall $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$.

Für welches $x_{4/5}$ gilt $\mathbb{P}(X \leq x_{4/5}) = \frac{4}{5}$? Berechnen Sie für $\alpha = \frac{4}{5}$ das α -Quantil $x_{4/5}$!

a) $x_{4/5} = \frac{2}{5}$

b) $x_{4/5} = \frac{1}{5}$

c) $x_{4/5} = \frac{4}{5}$

d) $x_{4/5} = \frac{3}{5}$

Aufgabe 9

Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = -3$ und Varianz $\sigma^2 = 9$.

Bestimmen Sie $\mathbb{P}(X \leq 0)$!

Sie finden eine Tabelle der Wahrscheinlichkeiten der Standardnormalverteilung auf der letzten Seite dieser Klausur.

- a) $\mathbb{P}(X \leq 0) \approx 84\%$
- b) $\mathbb{P}(X \leq 0) \approx 0,8413\%$
- c) $\mathbb{P}(X \leq 0) \approx 50\%$
- d) $\mathbb{P}(X \leq 0) \approx 16\%$

Aufgabe 10

Gegeben seien zwei diskrete Zufallsvariablen X und Y , welche gemeinsam der in der Tabelle angegebenen Wahrscheinlichkeitsverteilung folgen:

		y_1	y_2	y_3
		-1	0	1
x_1	0	0	$1/3$	0
x_2	1	$1/3$	0	$1/3$

Die Zelle der Zeile x_i und Spalte y_j gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass X den Wert x_i und Y den Wert x_j annimmt: $f_{X,Y}(x_i, y_j)$.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Die Zufallsvariablen X und Y sind unabhängig und $cov(X, Y) = 0$.
- b) Die Zufallsvariablen X und Y sind nicht unabhängig und $cov(X, Y) \neq 0$.
- c) Die Zufallsvariablen X und Y sind nicht unabhängig und $cov(X, Y) = 0$.
- d) Die Zufallsvariablen X und Y sind unabhängig und $cov(X, Y) \neq 0$.

Formelsammlung **deskriptive Statistik**; Empirische Verteilungsfunktion $F_n(x) = \sum_{i=1}^n h(a_i) \leq x$ Anteil Beobachtungen, die höchstens den Wert x haben

Lageparameter; seien x_1, x_2, \dots, x_n Ausprägungen eines metrischen, ordinalen oder quantitativen Merkmals; Wachstumsfaktor= neu/alt ; Wachstumsrate= $(neu - alt)/alt$

Arithmetisches Mittel $\bar{x}_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	Kontingenztabelle h_{ij} abs. Häufigkeit	$x_{0,5} = \text{Median } \bar{x}_m = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}) & \text{falls } n \text{ gerade} \end{cases}$ wobei $x_{(i)}$ der i-te Wert der aufsteigend geordneten Daten ist	Ges. Wachstumsrate $r = (1 + r_m)^p - 1$ Allg. Wachstumsrate $K_n = K_{n-1}(1 + r_n)$
Gewichtetes Mittel $\bar{x}_g = \frac{\sum_{i=1}^n g_i x_i}{\sum_{i=1}^n g_i}$ mit $g_i \geq 0$	Koeffizient: $\tilde{h}_{ij} = \frac{h_{ij}}{n}$		
Harmonisches Mittel $\bar{x}_h = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \dots + \frac{1}{x_n}}$ mit $x_i > 0$	Abhängigk.: $x^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (i) \sum_{j=1}^m (j) (h_{ij} - \tilde{h}_{ij})^2}{\tilde{h}_{ij}}$		
Geometrisches Mittel $\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$	Kontingenz: $K = \sqrt{\frac{x^2}{n+x^2}} \quad 0 \leq K \leq \sqrt{\frac{M-1}{M}}$		
Es gilt: $\bar{x}_g \leq \bar{x}_a$ und $\bar{x}_g = \bar{x}_a \Leftrightarrow x_1 = x_2 = \dots = x_n$	$x^2 = 0, K = 0 \Leftrightarrow h_{21} * h_{12} = h_{11} * h_{22}$	Modalwert \bar{x}_{mod} tritt am häufigsten in einer geordneten Stichprobe auf	

Lineare Transformation
 Arithmetisches Mittel: Seien X,Y,Z metrische Merkmale mit x_i, y_i, z_i und $i = 1, \dots, n$ und $z_i = cx_i + dy_i + e \Rightarrow \bar{z}_a = c\bar{x}_a + d\bar{y}_a + e$
 Median: Seien X,Y metrische Merkmale mit x_i, y_i und $i = 1, \dots, n$ und $y_i = cx_i + d \Rightarrow \bar{y}_m = c\bar{x}_m + d$

$2^x = 8 \Leftrightarrow x = \log_2 8$
 absolute Häufigkeit $H(a_i) \Rightarrow \text{Höhe} = h(a_i) / \text{Breite}$
 relative Häufigkeit $h(a_i) = \frac{1}{n} H(a_i)$

Optimalitätseigenschaft von \bar{x}_a und \bar{x}_m
 Das arithmetische Mittel minimiert die Summe der quadrierten Abweichungen von x_1, \dots, x_n von einer Zahl: $\bar{x}_a = \text{argmin}_{z \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n (x_i - z)^2$
 Der Median minimiert die Summe der absoluten Abweichungen von x_1, \dots, x_n von einer Zahl: $\bar{x}_m = \text{argmin}_{z \in \mathbb{R}} \sum_{i=1}^n |x_i - z|$

Jeder Wert x_p mit $0 < p < 1$ und $x_{(np-1)} \leq x_p \leq x_{(np)}$ heißt p-Quantil. $x_p = \begin{cases} x_{(np)} & \text{falls } np \notin \mathbb{Z} \\ \frac{1}{2}(x_{(np)} + x_{(np+1)}) & \text{falls } np \in \mathbb{Z} \end{cases}$, es gilt: $F_n(x_p) \leq p$
 $x_{0,25} = \text{unteres Quartil (25\%)}; x_{0,75} = \text{oberes Quartil (75\%)}, [x] = \min\{k \in \mathbb{Z} | k \geq x\}, [a, b] = \{x | a \leq x < b\}$

Streuungsmaße; $y_i = ax_i + b, i = 1, \dots, n, a, b \in \mathbb{R} \Leftrightarrow R_y = |a|R_x; d_y = |a|d_x; \Delta_y = |a|\Delta_x; s_y^2 = a^2 s_x^2 \Leftrightarrow s_y = |a|s_x$ analog Kovarianz; Lorenzkurve ($i/n; \sum_{j=1}^i x_j / \sum_{j=1}^n x_j$)

Spannweite $R_x = \max_i x_i - \min_i x_i = x_n - x_1$
 Mittlere absolute Abweichung $d_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}_m|$
 Mittlere absolute Diff $\Delta_x = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|$

Herfindahl $H_x = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}$
 $\frac{1}{n} \leq H_x \leq 1 \wedge H_x = \frac{1}{n} \Leftrightarrow$
 alle x_i gleich

Emp. Varianz (mittlere quad. Abweichung) $s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_a)^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}_a^2$
 Standardabweichung $s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_a)^2}$
 Gini-Koeffizient $G_x = \Delta_x / 2\bar{x}_a$ und $0 \leq G_x \leq ((n-1)/n) < 1$ bzw.
 $G_x = \frac{2}{n \sum_{i=1}^n x_i} * (\sum_{i=1}^n x_i * i) - 1 - \frac{1}{n}$

Preis- & Mengenindizes
 Laspeyres $P_{0t}^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_t(i) * q_0(i)}{\sum_{i=1}^n p_0(i) * q_0(i)}; Q_{0t}^L = \frac{\sum_{i=1}^n p_0(i) * q_t(i)}{\sum_{i=1}^n p_0(i) * q_0(i)}$
 Paasche $P_{0t}^P = \frac{\sum_{i=1}^n p_t(i) * q_t(i)}{\sum_{i=1}^n p_0(i) * q_t(i)}; Q_{0t}^P = \frac{\sum_{i=1}^n p_t(i) * q_0(i)}{\sum_{i=1}^n p_t(i) * q_0(i)}$
 Fisher $P_{0t}^F = \sqrt{P_{0t}^L * P_{0t}^P}; Q_{0t}^F = \sqrt{Q_{0t}^L * Q_{0t}^P}$

$p_0(i)$ Preis i.d. Basisperiode 0
 $q_0(i)$ Menge i.d. Basisperiode 0
 $p_t(i)$ Preis i.d. Periode t
 $q_t(i)$ Menge i.d. Berichtsperiode t

Emp. Kovarianz $s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_a)(y_i - \bar{y}_a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{x}_a \bar{y}_a \wedge s_{xz} = a * s_{xy}$
 Korrelation $r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x * s_y}$ linearer Zusammenhang zwischen X und Y
 Rangkorrelation $r_{xy}^{SP} = \frac{\sum_{i=1}^n (rk(x_i) - \frac{1+n}{2})(rk(y_i) - \frac{1+n}{2})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (rk(x_i) - \frac{1+n}{2})^2} * \sqrt{\sum_{i=1}^n (rk(y_i) - \frac{1+n}{2})^2}}; r_{xy}^{SP} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (rk(x_i) - rk(y_i))^2}{n(n-1)(n+1)}$

Wahrscheinlichkeitsrechnung; $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$ Ergebnismenge, $\{\omega_i\} \in \Omega$ Ereignisse
 $\Omega = \{(1,1)\}$ Zahlenpaar, $\Omega = \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, n\}$ kartes. Produkt, $|\Omega| = \text{Anzahl Elemente}$
 Zufallsexperiment mit k Ereignissen wird n-mal wiederholt $\Rightarrow k^n$ Ereignisse

Laplace: alle Ereignisse gleiche Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{|\Omega|}$, A ein Ereignis $\Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$
 $P(\Omega) = 1; P(\emptyset) = 0; P(\bar{A}) = 1 - P(A); P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ bedingte Wahrscheinlichkeit von B, gegeben A
 $P(B|A) = P(B)$ und $P(A|B) = P(A)$ stoch unabhängig $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
 Formel v Bayes Sei A_i Partition von Ω dann $P(A_j|B) = \frac{P(B|A_j) * P(A_j)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i) * P(A_i)}$ (a-posteriori Wskkeit)

Schnittmenge $A \cap B \triangleq \omega \in \Omega$ sowohl in A als auch in B
 Vereinigungsmenge $A \cup B \triangleq \omega \in \Omega$ in A oder B
 Komplementärmenge \bar{A} von $A \triangleq \omega \in \Omega$, die nicht in A liegen
 Differenzmenge $A \setminus B \triangleq \omega \in \Omega$, die in A aber nicht in B liegen
 A und B disjunkt $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$
 Potenzmenge $\rho(A) \triangleq$ Menge aller Teilmengen von A
 Binomialkoeffizient $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$ wieviele Teilmengen von Ω mit genau k Elementen
 Vollst. Wskkeit: A_1, \dots, A_n eine Partition von $\Omega \Rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset$ und $A_1 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ dann
 $P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) * P(A_i)$

Ω Ergebnismenge eines Zufallsexperiment und $n \in \mathbb{N} \Rightarrow X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n, \omega \rightarrow X(\omega)$ Realisation einer Zufallsvariablen
 diskret \Rightarrow nur endlich oder abzählbar unendlich ($=|\mathbb{N}|$) viele Werte annehmen
 stetig \Rightarrow überabzählbar viele Werte annehmen
 $f(x) = \mathbb{P}(X = x)$ heißt Wahrscheinlichkeitsfunktion von X
 $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$ heißt Verteilungsfunktion von X $F(x) = \sum_{i \in J: x_i \leq x} f(x_i); \mathbb{P}(a < X \leq b) = F(b) - F(a); 0 \leq F(x) \leq 1 \forall x \in \mathbb{R}; \lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$

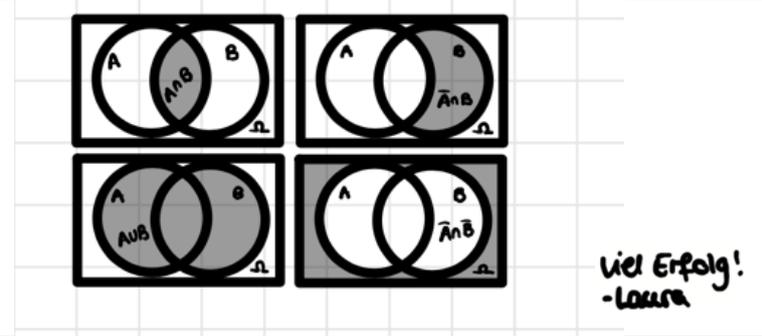
1. Ableitung der Verteilungsfunktion heißt Dichtefunktion $f(x) = F'(x); F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt; \mathbb{P}(a < X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(t) dt; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0; \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$
 Erwartungswert von Zufallsvariable X heißt $\mathbb{E}[X] = \sum_{i \in J} x_i f(x_i) \Leftrightarrow X$ diskret und f die Wahrscheinlichkeitsfunktion und $\mathbb{E}[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \Leftrightarrow X$ stetig und f die Dichtefunktion
 Varianz von X heißt $\sigma^2 = \sum_{i \in J} (x_i - \mathbb{E}(X))^2 f(x_i) \Leftrightarrow X$ diskret und f die Wahrscheinlichkeitsfunktion und $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mathbb{E}(X))^2 f(x) dx \Leftrightarrow X$ stetig und f die Dichtefunktion
 $\sigma^2 = \mathbb{E}(x^2) - \mathbb{E}(x)^2; \mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X] * \mathbb{E}[Y]$

Gleichverteilung, wenn Intervalle gleicher Länge gleich wahrscheinlich sind: $\mathbb{E}(x) = \frac{a+b}{2}, \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$; Dichtefunktion $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < a \text{ oder } x > b \\ \frac{1}{b-a} & \text{falls } a \leq x \leq b \end{cases}$

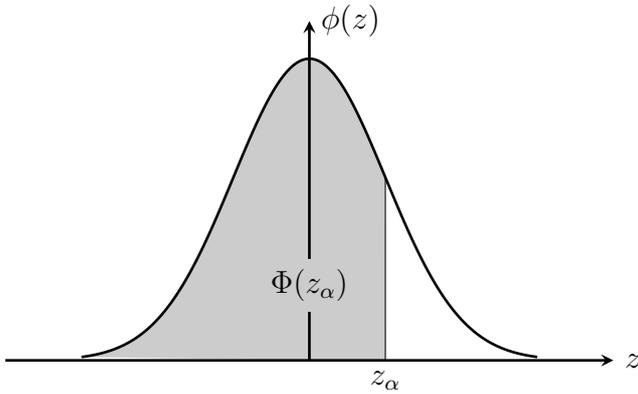
Verteilungsfunktion $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{falls } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{falls } x > b \end{cases}$ Quantile: $x_\alpha = (1 - \alpha) * a + \alpha * b; F(x_\alpha) = \alpha$
 Normalverteilung, Dichte: $f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}); \mathbb{E}(x) = \mu; \text{var}(x) = \sigma^2$ Standardnormalverteilung, Dichte: $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2});$
 Affine Transformation standardnorm. Zufallsvariablen $\mathbb{E}(x) = a; \text{var}(x) = b^2$; Quantile normalverteilter Zufallsvariablen $F_x(x) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$ und α -Quantil $z_\alpha = \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}$ für $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$
 Zentraler Grenzwertsatz $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(\frac{\bar{x}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq x) = \Phi(x); \mathbb{E}[\bar{X}_n] = \mu; \text{var}(\bar{X}_n) = \sigma^2/n$

Kovarianz $\sigma_{XY} = \text{cov}(X, Y) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y)))$
 Korrelation $\rho_{XY} = \text{corr}(X, Y) = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y}; -1 \leq \text{corr}(X, Y) \leq 1$
 Bedingter erwartungswert von g(y) gegeben X=x definiert als $\mathbb{E}[g(y)|X = x] = \sum_{i \in J} g(y_i) * f_{Y|X}(y_i|x)$
 Bedingte Varianz $\text{var}(Y|X = x) = \sum_{i \in J} (y_i - \mathbb{E}[Y])^2 * f_{Y|X}(y_i|x)$

$A \cup B$ ist Komplementärmenge zu $\bar{A} \cap \bar{B} = \bar{A} \cup \bar{B}$
 $A \cap B$ ist Komplementärmenge zu $\bar{A} \cup \bar{B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
 $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A|B) * P(B) + P(A|\bar{B}) * P(\bar{B})$
 $A \cap \bar{B} =$ in A, aber nicht in B
 $\bar{A} \cap \bar{B} =$ nicht in A und nicht in B
 Binomialverteilung: $\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}; \mathbb{E}[X] = n * p; \text{var}(X) = np(1-p)$
 Poisson: $\mathbb{P}(X = k) = \frac{\lambda^k / k! * \exp(-\lambda)}{0}$ falls $k=0,1,2,\dots; \mathbb{E}[X] = \text{var}(X) = \lambda$



Wahrscheinlichkeiten der Standardnormalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$



z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,504	0,508	0,512	0,516	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986