

Nebenbedingungen in Gleichheit



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Das üben wir in diesem Kapitel:

18.1 Die Methode der Lagrange-Multiplikatoren

Aufgabe 18.1.1 von Seite 843

18.2 Interpretation des Lagrange-Multiplikators

Aufgabe 18.2.2 von Seite 847

Nichtnegativitätsbedingungen

Klausuraufgaben

Aufgabe 10 HT 2023

Aufgabe 11 HT 2024

Aufgabe 12 HT 2024

Aufgabe 10 NT 2023

Aufgabe 18.1.1 von Seite 843

Betrachte das Problem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} x \cdot y \text{ u.d.B. } x + 3y = 24$$

- a) Verwende die Lagrange-Methode, um die einzig mögliche Lösung zu finden.

Für das Nutzenmaximierungsproblem einer allgemeinen Cobb-Douglas-Nutzenfunktion gilt:

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} A \cdot x^c \cdot y^d \text{ u.d.B. } p_x \cdot x + p_y \cdot y = m$$

$$\Rightarrow x^* = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_x}, \quad y^* = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_y}$$

- b) Überprüfe die Lösung von a), in dem Du die Resultate des allgemeinen Cobb-Douglas-Nutzenmaximierungsproblems verwendest.

Aufgabe 18.2.2 von Seite 847

Es sei $c(K, L) = r \cdot K + w \cdot L$ eine Kostenfunktion, wobei $r, w > 0$ und $f(K, L) = \sqrt{K} + L$ eine Produktionsfunktion für $K, L \geq 0$.

- a) Interpretiere $-\frac{c'_1(K^*, L^*)}{c'_2(K^*, L^*)}$ und $-\frac{f'_1(K^*, L^*)}{f'_2(K^*, L^*)}$.
- b) Löse das Problem

$$\min_{K, L \in \mathbb{R}} c(K, L) \text{ u.d.B. } f(K, L) = Q,$$

wobei $Q > w/2r$.

- c) Verifiziere, dass für die Lösung (K^*, L^*) gilt:

$$-\frac{c'_1(K^*, L^*)}{c'_2(K^*, L^*)} = -\frac{f'_1(K^*, L^*)}{f'_2(K^*, L^*)}$$

Nichtnegativitätsbedingungen

Betrachte das Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} x + \ln(1 + y) \text{ u.d.B. } 16x + y = 495, x \geq 0, y \geq 0$$

- a) Schreibe die notwendigen Kuhn-Tucker-Bedingungen mit Nichtnegativitätsbedingungen für eine Lösung auf.
- b) Bestimme die Lösung des Problems.
- c) Schätze ab, um wieviel der Nutzen ungefähr zunimmt, wenn das Einkommen von 495 auf 500 steigt.

Aufgabe 10 HT 2023

Gegeben seien die Funktionen $f, g : \mathbb{R}_{\geq}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = 3x + y$ und $g(x, y) = x^3y$.

Gesucht ist nach dem Optimum $(x^*, y^*) \in \mathbb{R}^2$ des Problems

$$\min_{x,y} f(x, y) \text{ u.d.B. } g(x, y) = 16$$

Wie lautet der Wert von f an der Stelle (x^*, y^*) ?

- a) 2
- b) 4
- c) 16
- d) 8

Aufgabe 11 HT 2024

Es sei folgendes Maximierungsproblem gegeben:

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} (x+1) \cdot (y-2) \text{ u.d.B. } 2x + 3y = 16$$

Es sei angenommen, dass dieses Problem eine Maximumstelle besitzt.

Welcher der folgenden Punkte ist diese Maximumstelle?

- a) $(x, y) = (1, 6)$
- b) $(x, y) = (2, 4)$
- c) $(x, y) = (5, 2)$
- d) $(x, y) = (-1, 6)$

Aufgabe 12 HT 2024

Es sei folgendes Optimierungsproblem gegeben:

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} -x^2 + y^2 \text{ u.d.B. } x^2 + y^2 = r^2$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) $-x^2 + y^2 \geq -r^2$ für alle x, y , die $x^2 + y^2 = r^2$ erfüllen.
- b) $-x^2 + y^2 \leq -r^2$ für alle x, y , die $x^2 + y^2 = r^2$ erfüllen.
- c) $-x^2 + y^2 \geq r^2$ für alle x, y , die $x^2 + y^2 = r^2$ erfüllen.
- d) Dieses Optimierungsproblem hat keine Lösung.

Aufgabe 10 NT 2023

Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} x \cdot y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$17 \cdot x + 4 \cdot y = 204$$

Wie lautet die Lösung (x^*, y^*) dieses Problems?

- a) $(x^*, y^*) = (68, 136)$
- b) $(x^*, y^*) = (12, 51)$
- c) $(x^*, y^*) = (4, 17)$
- d) $(x^*, y^*) = (4, 34)$