

Optimierung ohne Nebenbedingungen



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

17.1 Zwei Variablen: Notwendige Bedingungen

Aufgabe 17.1.1 von Seite 793

17.2 Hinreichende Bedingungen

Aufgabe 17.2.2 von Seite 798

17.3 Lokale Extremstellen

Aufgabe 17.3.2 von Seite 805

Klausuraufgaben

Aufgabe 9 HT 2023

Aufgabe 9 NT 2023

Aufgabe 10 HT 2024

Aufgabe 10 NT 2024

Aufgabe 17.1.1 von Seite 793

Die Funktion f , die für alle (x, y) durch $f(x, y) = -2x^2 - y^2 + 4x + 4y - 3$ definiert ist, hat eine Maximumstelle. Bestimme die entsprechenden Werte von x und y .

Aufgabe 17.2.2 von Seite 798

Ein Unternehmen produziert zwei verschiedene Arten A und B eines Gutes. Die täglichen Kosten für die Produktion von x Einheiten der Sorte A und y Einheiten der Sorte B sind

$$c(x, y) = 2x^2 - 4xy + 4y^2 - 40x - 20y + 514$$

Nehme an, dass das Unternehmen den Output zu einem Preis pro Einheit von 24 Euro für A und 12 Euro für B verkauft.

- a) Finde die täglichen Produktionsniveaus x^* und y^* , die den Gewinn maximieren.
- b) Es wird von dem Unternehmen verlangt, dass es genau 54 Einheiten pro Tag von den beiden Arten zusammen produziert. Wie sieht der Produktionsplan jetzt aus?

Aufgabe 17.3.2 von Seite 805

Betrachte die Funktion f , definiert für alle (x, y) durch
 $f(x, y) = x^2 + 2xy^2 + 2y^2$.

- a) Bestimme alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung.
- b) Zeige, dass die kritischen Stellen $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$ sind und klassifiziere diese.

Aufgabe 9 HT 2023

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, die für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ durch

$$f(x, y) = -(x + 2)^2 - (y - 1)^2 + 9$$

definiert ist, hat genau eine Extremstelle (x^*, y^*) .

Wie lautet diese Extremstelle? Handelt es sich um eine Maximum- oder Minimumstelle?

- a) $(x^*, y^*) = (2, -1)$, Maximumstelle
- b) $(x^*, y^*) = (-2, 1)$, Maximumstelle
- c) $(x^*, y^*) = (-2, 1)$, Minimumstelle
- d) $(x^*, y^*) = (2, -1)$, Minimumstelle

Aufgabe 9 NT 2023

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = 2x^2 + 2x^2y + y^2$$

hat die stationäre Stelle $(x_0, y_0) = (1, -1)$.

Welche der folgenden Antworten ist richtig?

- a) (x_0, y_0) ist eine Minimumstelle von f .
- b) (x_0, y_0) ist eine Sattelstelle von f .
- c) Keine der anderen drei Aussagen ist richtig.
- d) (x_0, y_0) ist eine Maximumstelle von f .

Aufgabe 10 HT 2024

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch:

$$f(x, y) = (3x - 5y)^2, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Funktion f hat unendlich viele stationäre Punkte.
- b) Der Punkt $(x, y) = (5, 3)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .
- c) Der Punkt $(x, y) = (-15, -9)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .
- d) Der Punkt $(x, y) = (3, 5)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .

Aufgabe 10 NT 2024

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x, y) = -3x^2 + 2xy - 3y^2 + 36x - 18y + 7, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Die Funktion f besitzt mindestens ein Minimum und mindestens ein Maximum.
- b) Die Funktion f besitzt mindestens ein Maximum.
- c) Die Funktion f besitzt mindestens einen Sattelpunkt.
- d) Die Funktion f besitzt mindestens ein Minimum.