

Funktionen mehrerer Variablen



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

14.1 Funktionen von zwei Variablen

Aufgabe 14.1.4 von Seite 650

14.2 Partielle Ableitungen bei zwei Variablen

Aufgabe 14.2.4 von Seite 656

14.3 Geometrische Darstellung

Aufgabe 14.3.5 von Seite 664

Klausuraufgaben

Aufgabe 7 HT 2023

Aufgabe 8 HT 2023

Aufgabe 8 NT 2023

Aufgabe 8 NT 2024

Aufgabe 14.1.4 von Seite 650

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$.

- a) Bestimme $f(-1, 2)$, $f(a, a)$ und $f(a + h, b) - f(a, b)$.
- b) Zeige, dass $f(2x, 2y) = 2^2 f(x, y)$ und dass $f(tx, ty) = t^2 f(x, y)$ für alle t .

Aufgabe 14.2.4 von Seite 656

Bestimme alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung von:

a) $z = 3x + 4y$

b) $z = x^3y^2$

c) $z = x^5 - 3x^2y + y^6$

Aufgabe 14.3.5 von Seite 664

Zeichne für die folgenden Funktionen eine Reihe von Höhenlinien in ein x - y -Diagramm und danach je einen Graphen im dreidimensionalen Raum:

▶ $z = 3 - x - y$

▶ $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$

Aufgabe 7 HT 2023

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = (x + y)(x - y) \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}$$

Wie lautet der Gradient $\nabla f(x_0, y_0)$ von f an der Stelle $(x_0, y_0) = (2, -2)$?

- a) $\nabla f(x_0, y_0) = (2, -2)$
- b) $\nabla f(x_0, y_0) = (0, 0)$
- c) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, -4)$
- d) $\nabla f(x_0, y_0) = (4, 4)$

Aufgabe 8 HT 2023

Für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei der Gradient im Punkt $(x_0, y_0) = (4, -4)$ gegeben durch

$$\nabla f(x_0, y_0) = (2, 2)$$

Welche der folgenden Gleichungen kann eine Höhenlinie der Funktion f durch den Punkt (x_0, y_0) beschreiben?

- a) $(x - 3)^2 - (y + 5)^2 = 0$
- b) $2(x - 3)(y + 5) = -2$
- c) $x^2/y^2 = 1$
- d) $2(x + y) = 0$

Aufgabe 8 NT 2023

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 27$$

Welcher der angegebenen Punkte ist kein stationärer Punkt dieser Funktion?

- a) $(x, y) = (-2, -2)$;
- b) $(x, y) = (3, 3)$;
- c) $(x, y) = (1, -1)$;
- d) $(x, y) = (1, 1)$;

Aufgabe 8 NT 2024

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$$

Wie lautet der Gradient dieser Funktion für x, y mit $x > y$?

- a) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x, y)}, \frac{2y}{f(x, y)} \right)$
- b) $\nabla f(x, y) = \left(\frac{x}{f(x, y)}, -\frac{y}{f(x, y)} \right)$
- c) $\nabla f(x, y) = \left(-\frac{x}{f(x, y)}, \frac{y}{f(x, y)} \right)$
- d) $\nabla f(x, y) = (1, -1)$