

13 Determinanten, Inverse und quadratische Formen



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

13.1 Determinanten der Ordnung 2

Aufgabe 13.1.1

Aufgabe 13.1.3

13.2 Determinanten der Ordnung 3x3

Aufgabe 13.2.1

13.6 Die Inverse einer Matrix

Aufgabe 13.6.3

Klausuraufgaben

Aufgabe 14 HT 2024

Aufgabe 14 NT 2024

Zusatzaufgabe

Aufgabe 13.1.1

Berechne folgende Determinanten:

$$a) \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} a & a \\ b & b \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 2-x & 1 \\ 8 & -x \end{vmatrix}$$

$$d) \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix}$$

$$e) \begin{vmatrix} 3^t & 2^t \\ 3^{t-1} & 2^{t-1} \end{vmatrix}$$

Aufgabe 13.1.3

Verwende die Cramer'sche Regel, um die folgenden Gleichungssysteme nach x und y aufzulösen. Überprüfe die Antworten durch Einsetzen.

$$\begin{array}{l} a) \quad 3x - y = 8 \\ \quad \quad x - 2y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) \quad x + 3y = 1 \\ \quad \quad 3x - 2y = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} c) \quad ax - by = 1 \\ \quad \quad bx + ay = 2 \end{array}$$

Aufgabe 13.2.1

Verwende die Regel von Sarrus, um die Determinanten der folgenden Matrizen zu berechnen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & e & 0 \\ c & 0 & d \end{pmatrix}$$

Aufgabe 13.6.3

Löse folgende Gleichungssysteme, indem Du die Koeffizientenmatrix invertierst.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad 2x - 3y = 3 \\ \quad \quad 3x - 4y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b)} \quad 2x - 3y = 8 \\ \quad \quad 3x - 4y = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c)} \quad 2x - 3y = 0 \\ \quad \quad 3x - 4y = 0 \end{array}$$

Aufgabe 14 HT 2024

Es sei die Matrix $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ gegeben.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Matrix P ist positiv definit.
- b) Die Matrix P hat eine Inverse.
- c) Die Determinante der Matrix P ist gleich null.
- d) Die beiden Spaltenvektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

Aufgabe 14 NT 2024

Es sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 - x \\ x - 2 & -2 \end{pmatrix}$$

gegeben, wobei $x \in \mathbb{R}$.

Für welche Werte von x ist die Determinante von A gleich null?

- a) $|A| = 0$ für $x = 4$
- b) $|A| = 0$ für $x = -4$ und $x = 4$
- c) $|A| = 0$ für $x = -2$ und $x = 6$
- d) $|A| = 0$ für $x = -2$ und $x = 2$

Zusatzaufgabe

Zeige, dass die Matrix

$$P = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

keine Inverse hat.