

Anwendungen der Differentialrechnung



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

7.1 Implizites Differenzieren

Aufgabe 7.1.4 von Seite 291

Aufgabe 7.1.10 von Seite 291

7.4 Lineare Approximation

Aufgabe 7.4.9 von Seite 284

Klausuraufgaben

Aufgabe 3 HT 2024

Aufgabe 2 NT 2024

Aufgabe 3 NT 2024

Aufgabe 7.1.4 von Seite 291

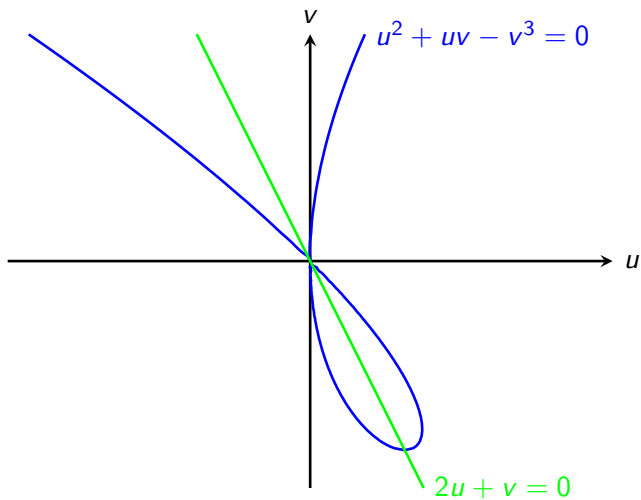
Eine Kurve in der uv -Ebene sei gegeben durch:

$$u^2 + uv - v^3 = 0$$

Berechne dv/du durch implizites Differenzieren.

Bestimme den Punkt (u, v) auf der Kurve, in dem $dv/du = 0$ und $u \neq 0$ ist.

Graph zu Aufgabe 7.1.4



Aufgabe 7.1.10 von Seite 291

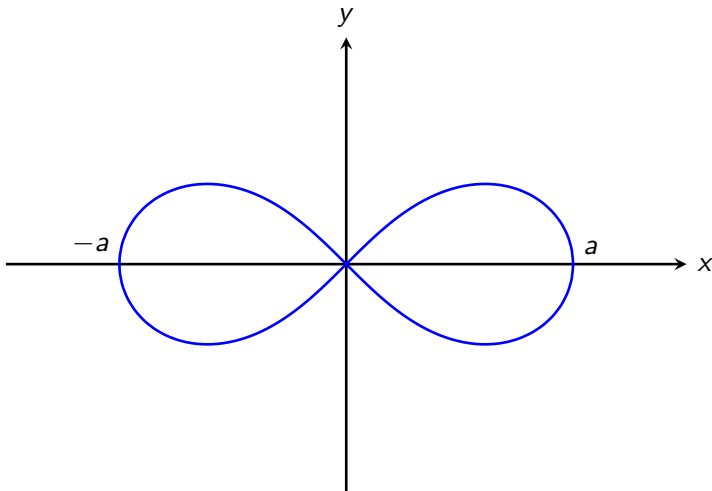
Die auf der Abbildung der nächsten Folie gezeigte elegante Kurve ist als *Lemniskate* bekannt (Bernoulli 1667-1748). Dieser Graph wird durch die Gleichung

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

bestimmt, wobei a eine positive Konstante ist.

- Bestimme die Steigung der Tangente an diese Kurve in einem Punkt (x, y) , in dem $y \neq 0$ ist.
- Bestimme diejenigen Punkte auf der Kurve, in denen die Tangente parallel zur x -Achse ist.

Eine Lemniskate: $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$



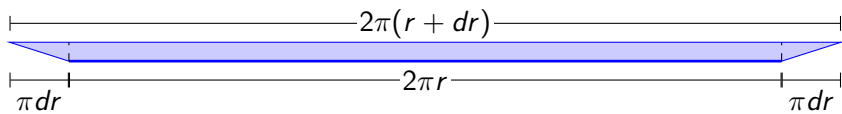
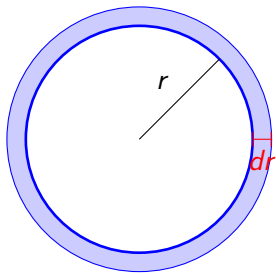
Aufgabe 7.4.9 von Seite 305

Ein Kreis mit Radius r hat:

die Fläche $F(r) = \pi r^2$

den Umfang $F'(r) = 2\pi r$

- Erkläre die Approximation $F(r + dr) - F(r) \approx 2\pi r dr$ geometrisch.
- Ist $F(r + dr)$ kleiner oder größer als $F(r) + 2\pi r dr$?



Aufgabe 3 HT 2024

Für den natürlichen Logarithmus $\ln(x)$ mit $x > 0$ gilt:

$$\ln(1) = 0$$

$$\ln(e) = 1$$

$$\frac{d \ln(x)}{dx} = \frac{1}{x} \text{ für alle } x > 0$$

$$\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$$

$$\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

a) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = e$

b) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = 1$

c) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x}$

d) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x}$ existiert nicht.

Aufgabe 2 NT 2024

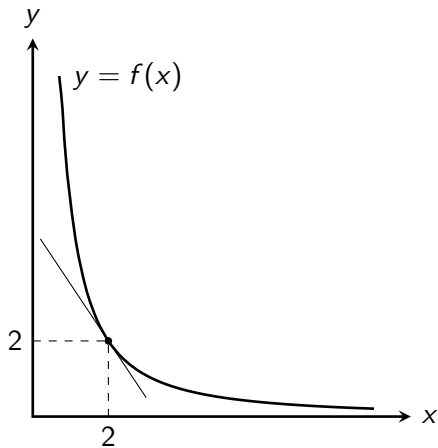
Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ wird implizit durch die Gleichung

$$(f(x))^2 \cdot x^3 = 32$$

definiert, wobei $x \in \mathbb{R}_{>}$. Das Diagramm der nächsten Folie zeigt den Graphen dieser Funktion und eine Tangente an diesen Graphen im Punkt $(x, y) = (2, 2)$. Wie lautet die Steigung der Tangente an den Graphen im Punkt $(x, y) = (2, 2)$?

- a) $f'(2) = -\frac{5}{32}$
- b) $f'(2) = -\frac{3}{2}$
- c) $f'(2) = -\frac{2}{5}$
- d) $f'(2) = \frac{32}{5}$

Aufgabe 2 NT 2024



Aufgabe 3 NT 2024

Gegeben sei die Gleichung

$$\ln(x) + 2 \ln(y) = 1024$$

für $x, y > 0$.

Wie lautet dy/dx für diese Gleichung?

- a) $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{x}{y}$
- b) $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{\ln(x)}{\ln(y)}$
- c) $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{y}{x}$
- d) $dy/dx = -\frac{x}{y}$