

# Variante A

## Mathematik

Technische Universität Dortmund

Fakultät Wirtschaftswissenschaften

29. März 2023

Bitte tragen sie ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

1. Prüfungsversuch  Ja  Nein

Matrikelnummer

Nachname \_\_\_\_\_

Studiengang \_\_\_\_\_

Vorname \_\_\_\_\_

### Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus 10 Aufgaben. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Jede Aufgabe hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine zutreffend ist.

Markieren sie die jeweils zutreffende Antwortmöglichkeit jeder Aufgabe auf diesem Deckblatt. Es werden ausschließlich ihre Markierungen der jeweiligen Antwortmöglichkeiten a) bis d) auf diesem Deckblatt gewertet. Skizzen und Anmerkungen werden nicht bewertet.

Sie dürfen entweder eine oder zwei Antwortmöglichkeiten für jede Aufgabe markieren.

Markieren sie genau eine Antwortmöglichkeit, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit drei Punkte für die entsprechende Aufgabe.

Markieren sie genau zwei Antwortmöglichkeiten, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit einen Punkt für die entsprechende Aufgabe.

In allen anderen Fällen erhalten sie null Punkte für diese Aufgabe.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift.

Taschenrechner sind gemäß der über Moodle bereitgestellten Liste zugelassen.

Bei 18 von maximal 30 erreichbaren Punkten ist die Klausur in jedem Fall bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

**Viel Erfolg!**

Markierung:

Korrektur:

Korrekturhinweis: Wenn sie irrtümlich ein falsches Kästchen angekreuzt haben, malen sie dieses bitte vollständig aus und kreuzen sie eindeutig erkennbar die zutreffende Antwort an.

Aufgabe 1 a)  b)  c)  d)

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Aufgabe 4

Aufgabe 5 a)  b)  c)  d)

Aufgabe 6

Aufgabe 7

Aufgabe 8

Aufgabe 9 a)  b)  c)  d)

Aufgabe 10

## Aufgabe 1 zu Kapitel 4 Funktionen einer Variablen

Betrachten Sie folgendes Polynom zweiten Grades:

$$P(x) = x^2 - 4$$

Welcher der folgenden Ausdrücke ist ein Faktor dieses Polynoms?

- a)  $x + 4$
- b)  $x - 4$
- c)  $x + 1$
- d)  $x + 2$

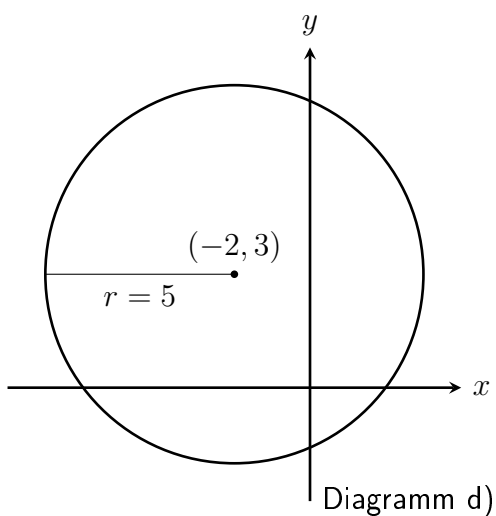
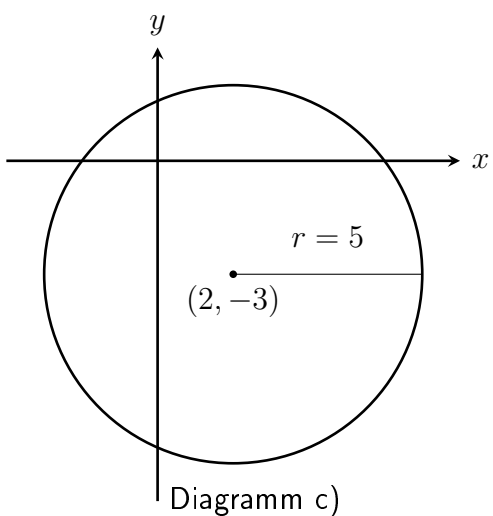
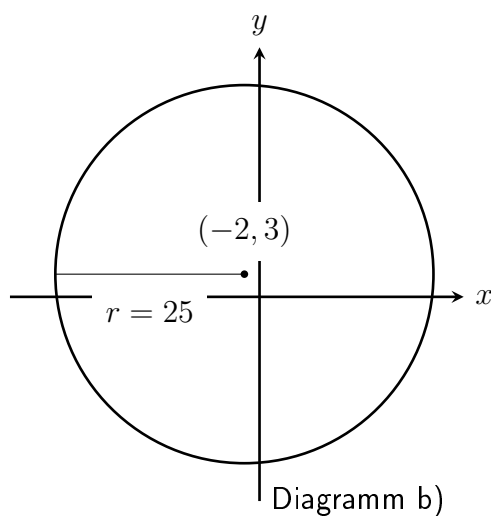
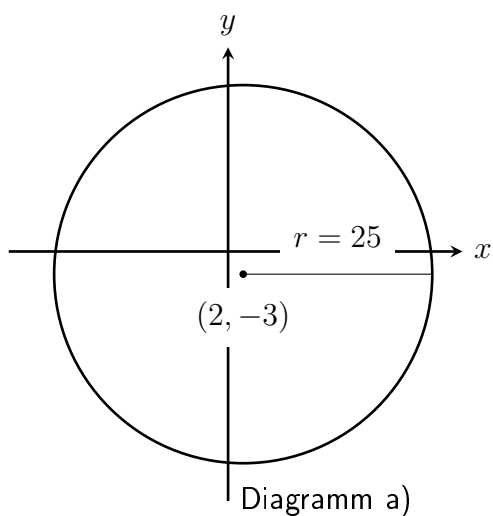
## Aufgabe 2 zu Kapitel 5 Eigenschaften von Funktionen

Gegeben sei die Gleichung:

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

Die folgenden Diagramme zeigen Kreise mit den angegebenen Mittelpunkten und dem jeweiligen Radius  $r$ .

Welches dieser Diagramme zeigt den Graphen zu dieser Gleichung?



### Aufgabe 3 zu Kapitel 6 Differentialrechnung

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 3$$

Wie lautet die Steigung der Tangente an den zugehörigen Graphen im Punkt  $(x_0, y_0) = (2, 11)$ ?

- a)  $f'(y_0) = 64$
- b)  $f(y_0) = 344$
- c)  $f'(x_0) = 10$
- d)  $f(x_0) = 11$

## Aufgabe 4 zu Kapitel 6 Differentialrechnung

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}_{>} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \ln(x)^2 - 16, \quad x \in \mathbb{R}_{>}$$

In welchem der folgenden Intervalle ist  $f$  nicht monoton wachsend?

- a)  $(0, 1)$
- b)  $(2, e)$
- c)  $(1, 2)$
- d)  $(e, \infty)$

## Aufgabe 5 zu Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung

Hinweise:

- Ableitung nach dem Exponenten:

$$\frac{da^x}{dx} = \ln(a) \cdot a^x \text{ für } a > 0, x \in \mathbb{R}$$

- Regel von l'Hôpital:

Falls  $f(x_0) = g(x_0) = 0$ ,  $f, g$  differenzierbar an der Stelle  $x_0$  und  $g'(x_0) \neq 0$ , dann gilt:

$$\frac{f(x_0)}{g(x_0)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$$

Frage:

Wie lautet der Grenzwert des Bruchs

$$\frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}}$$

für  $x \rightarrow 0$ ?

a) Dieser Grenzwert existiert nicht.

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = 1$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = \ln(3) - \ln(2)$

## Aufgabe 6 zu Kapitel 8 Univariate Optimierung

Gegeben sei  $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = 3x - 3 \ln(x + 1), \quad x > -1$$

Wie lautet die Wendestelle von  $f$ ?

a) Die Funktion  $f$  hat keine Wendestelle.

b)  $x = 0$

c)  $f'(x) = 3 - \frac{3}{x+1}$

d)  $f''(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

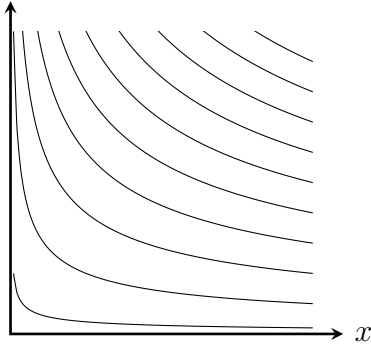
## Aufgabe 7 zu Kapitel 11 Funktionen mehrerer Variablen

Gegeben sei die Funktion  $u : \mathbb{R}_{\geq}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

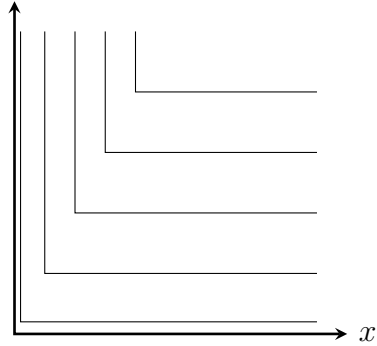
$$u(x, y) = x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{2}{3}}, \quad x, y \geq 0$$

Welches der folgenden Diagramme zeigt Höhenlinien dieser Funktion?

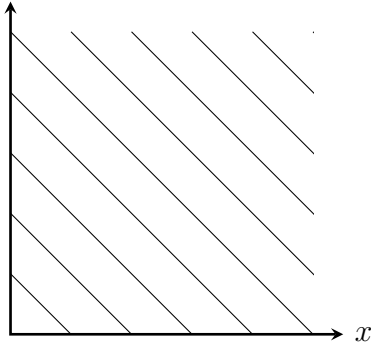
$y$  Diagramm a)



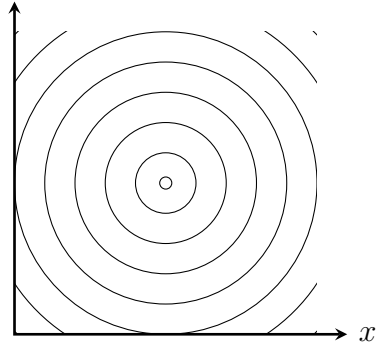
$y$  Diagramm b)



$y$  Diagramm c)



$y$  Diagramm d)





## Aufgabe 8 zu Kapitel 11 Funktionen mehrerer Variablen

Gegeben sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 - 27$$

Welcher der angegebenen Punkte ist kein stationärer Punkt dieser Funktion?

- a)  $(x, y) = (-2, -2)$ ;
- b)  $(x, y) = (3, 3)$ ;
- c)  $(x, y) = (1, -1)$ ;
- d)  $(x, y) = (1, 1)$ ;

## Aufgabe 9 zu Kapitel 13 Multivariate Optimierung

Die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x, y) = 2x^2 + 2x^2y + y^2$$

hat die stationäre Stelle  $(x_0, y_0) = (1, -1)$ .

Welche der folgenden Antworten ist richtig?

- a)  $(x_0, y_0)$  ist eine Minimumstelle von  $f$ .
- b)  $(x_0, y_0)$  ist eine Sattelstelle von  $f$ .
- c) Keine der anderen drei Aussagen ist richtig.
- d)  $(x_0, y_0)$  ist eine Maximumstelle von  $f$ .

## Aufgabe 10 zu Kapitel 14 Optimierung unter Nebenbedingungen

Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} x \cdot y^2$$

unter der Nebenbedingung

$$17 \cdot x + 4 \cdot y = 204$$

Wie lautet die Lösung  $(x^*, y^*)$  dieses Problems?

- a)  $(x^*, y^*) = (68, 136)$
- b)  $(x^*, y^*) = (12, 51)$
- c)  $(x^*, y^*) = (4, 17)$
- d)  $(x^*, y^*) = (4, 34)$

