

Bitte tragen sie ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

1. Prüfungsversuch

☐

Ja

Nein

☐

Matrikelnummer

Nachname

Studiengang

Vorname

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus 14 Aufgaben. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Jede Aufgabe hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine zutreffend ist.

Markieren sie die jeweils zutreffende Antwortmöglichkeit jeder Aufgabe auf diesem Deckblatt. Es werden ausschließlich ihre Markierungen der jeweiligen Antwortmöglichkeiten a) bis d) auf diesem Deckblatt gewertet. Skizzen und Anmerkungen werden nicht bewertet.

Sie dürfen entweder eine oder zwei Antwortmöglichkeiten für jede Aufgabe markieren.

Markieren sie genau eine Antwortmöglichkeit, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit drei Punkte für die entsprechende Aufgabe.

Markieren sie genau zwei Antwortmöglichkeiten, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit einen Punkt für die entsprechende Aufgabe.

In allen anderen Fällen erhalten sie null Punkte für diese Aufgabe.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere keine Taschenrechner).

Bei 26 von maximal 42 erreichbaren Punkten ist die Klausur in jedem Fall bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

Viel Erfolg!

Markierung: ☒

Korrektur: ☐

Korrekturhinweis: Wenn sie irrtümlich ein falsches Kästchen angekreuzt haben, malen sie dieses bitte vollständig aus und kreuzen sie eindeutig erkennbar die zutreffende Antwort an.

	a)	b)	c)	d)
Aufgabe 1	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 2	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 3	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 4	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 5	☐	☐	☐	☐

	a)	b)	c)	d)
Aufgabe 6	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 7	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 8	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 9	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 10	☐	☐	☐	☐

	a)	b)	c)	d)
Aufgabe 11	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 12	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 13	☐	☐	☐	☐
Aufgabe 14	☐	☐	☐	☐

Aufgabe 1 zu Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung

Eine Kurve in der xy -Ebene sei durch folgende Gleichung definiert:

$$x^2 + y^2 - 2xy = x + y$$

An welcher Stelle (x_0, y_0) gilt $\frac{dy}{dx} = -1$?

- a) $(x_0, y_0) = (0, 0)$
- b) $(x_0, y_0) = (\frac{3}{8}, -\frac{1}{8})$
- c) $(x_0, y_0) = (0, 1)$
- d) $(x_0, y_0) = (3, 1)$

Aufgabe 2 zu Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung

Seien $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ und $g(x) = \ln(x)$, $x > 1$.

Wie lautet die Elastizität $El_x[f(x) \cdot g(x)]$?

a) $\frac{2}{\ln(x) \cdot x^2}$

b) $2 + \frac{1}{\ln(x)}$

c) $\frac{2}{\ln(x)}$

d) 1

Aufgabe 3 zu Kapitel 8 Konkave und konvexe Funktionen

Welcher der aufgeführten Punkte lässt sich nicht als Konvexkombination von $(x_A, y_A) = (-25, -8)$ und $(x_B, y_B) = (30, 14)$ darstellen?

- a) $(x_4, y_4) = (25, 12)$
- b) $(x_2, y_2) = (-15, -4)$
- c) $(x_1, y_1) = (35, 16)$
- d) $(x_3, y_3) = (10, 6)$

Aufgabe 4 zu Kapitel 9 Optimierung

Die Funktion f sei für $0 < x < 2$ definiert mit

$$f(x) = \ln(x) - x$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) f hat weder ein Maximum noch ein Minimum auf $(0, 2)$.
- b) $f(x) \geq \ln(2) - 2$ für alle x .
- c) Die Stelle $x = 1$ ist eine Sattelstelle von f .
- d) f nimmt an der Stelle $x = 1$ ein Maximum an.

Aufgabe 5 zu Kapitel 9 Optimierung

Gegeben sind die folgenden Funktionen:

$$f(x) = \frac{5}{(x+3)^2 + 1}$$

$$h(x) = x^2 + 6x + 9$$

$$g(x) = (x+3)(x-3)$$

$$i(x) = \ln(x+3)$$

Welche zwei Funktionen haben auf ihrem jeweiligen Definitionsbereich dieselben Extremwertstellen?

- a) h und i
- b) g und i
- c) f und g
- d) f und h

Aufgabe 6 zu Kapitel 9 Optimierung

Eine Firma produziert x Einheiten eines Gutes mit der Kostenfunktion $C(x) = ax^2 + bx$ ($a, b > 0$). Das Gut wird zu einem festen Preis von 12 Euro pro Stück verkauft. Es ist bekannt, dass der Gewinn bei einer Produktionsmenge von $x^* = 10$ Einheiten maximal ist. Welche Beziehung muss zwischen den Parametern a und b gelten?

a) $b = 12 - 20a$

b) $b = 12 - 10a$

c) $20a - b = 12$

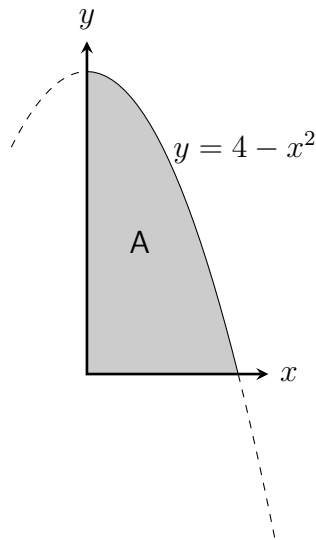
d) $a = 12 - 20b$

Aufgabe 7 zu Kapitel 10 Integration

Das Diagramm zeigt den Graphen der Funktion

$$f(x) = 4 - x^2$$

und die Fläche A unter dem Graphen und über der positiven x Achse.



Wie groß ist diese Fläche?

- a) $A = 4$
- b) $A = \frac{4}{3}$
- c) $A = \frac{16}{3}$
- d) $A = 8$

Aufgabe 8 zu Kapitel 10 Integration

Berechne folgendes unbestimmtes Integral:

$$\int \frac{x^3 + 6x^2 + 5x - 6}{x + 2} dx$$

a) $\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 6x + C$

b) $\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + C$

c) $x^2 + 4x - 3 + C$

d) $\frac{x}{x+2} + C$

Aufgabe 9 zu Kapitel 14 Funktionen mehrerer Variablen

Wie lauten die partiellen Ableitungen der folgenden Funktion?

$$f(x, y) = x^3 y^2 + 2y$$

- a) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x^3 y, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x^2 y^2$
- b) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 3x^2 y^2, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 2x^3 y + 2$
- c) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 3x^3 y, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x^2 y^2 + 2$
- d) $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = 2x^2 y^2, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = 3x^2 y^2 + 2$

Aufgabe 10 zu Kapitel 14 Funktionen mehrerer Variablen

Gegeben sei die Funktion:

$$f(x, y) = 45x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}} - 5x - 10y$$

für $x, y \geq 0$.

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Die Funktion f ist konvex.
- b) Die Funktion f ist weder konkav noch konvex.
- c) Die Funktion f ist konkav.
- d) Die Funktion f ist streng konkav.

Aufgabe 11 zu Kapitel 15 Partielle Ableitungen im Einsatz

Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = xy^2 \text{ für } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

An der Stelle (x_0, y_0) hat diese Funktion den Wert $f(x_0, y_0) = 10$.

Welchen Wert hat diese Funktion an der Stelle $(3x_0, 3y_0)$?

- a) $f(3x_0, 3y_0) = 3000$
- b) $f(3x_0, 3y_0) = 270$
- c) $f(3x_0, 3y_0) = 30$
- d) Die gegebenen Informationen reichen nicht aus, um den Wert von f an der Stelle $(3x_0, 3y_0)$ zu berechnen.

Aufgabe 12 zu Kapitel 17 Optimierung ohne Nebenbedingungen

Die Funktion f sei für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ wie folgt definiert:

$$f(x, y) = (x - 5)^2 + (y + 3)^2$$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) Die Maximumstelle der Funktion lautet $(x, y) = (5, -3)$.
- b) Die Funktion besitzt keine Maximumstelle.
- c) Die Minimumstelle der Funktion lautet $(x, y) = (-5, 3)$.
- d) Die Funktion besitzt keine Minimumstelle.

Aufgabe 13 zu Kapitel 17 Optimierung ohne Nebenbedingungen

Gegeben sei die folgende von einem Parameter $a > 0$ abhängige Funktion:

$$f(x, y, a) = 3ax^2 - 2x + 3y^2 - ay$$

Es seien $x^*(a)$ und $y^*(a)$ die eindeutigen Werte für x und y , welche f für ein gegebenes a optimieren.

Bestimme die Optimalwertfunktion $f^*(a) = f(x^*(a), y^*(a))$!

a) $f^*(a) = \frac{2}{3a} - \frac{a^2}{6}$

b) $f^*(a) = \frac{1}{3a} + \frac{a^2}{12}$

c) $f^*(a) = -\frac{1}{9a} - \frac{a^2}{4}$

d) $f^*(a) = -\frac{1}{3a} - \frac{a^2}{12}$

Aufgabe 14 zu Kapitel 18 Nebenbedingungen in Gleichheit

Die Zielfunktion laute:

$$f(x, y) = (x - 5)^2 + (y + 3)^2 \text{ für } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

Die Nebenbedingung laute $x + y = 0$.

Wie lautet die Minimumstelle des restringierten Optimierungsproblems?

- a) $(x, y) = (0, 0)$
- b) $(x, y) = (5, -3)$
- c) $(x, y) = (4, -4)$
- d) $(x, y) = (3, -3)$

