

Variante A

Mathematik

Technische Universität Dortmund

Fakultät Wirtschaftswissenschaften

12. Februar 2025

Bitte tragen sie ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

1. Prüfungsversuch Ja Nein

Matrikelnummer

Nachname _____

Studiengang _____

Vorname _____

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus 10 Aufgaben. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Jede Aufgabe hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine zutreffend ist.

Markieren sie die jeweils zutreffende Antwortmöglichkeit jeder Aufgabe auf diesem Deckblatt. Es werden ausschließlich ihre Markierungen der jeweiligen Antwortmöglichkeiten a) bis d) auf diesem Deckblatt gewertet. Skizzen und Anmerkungen werden nicht bewertet.

Sie dürfen entweder eine oder zwei Antwortmöglichkeiten für jede Aufgabe markieren.

Markieren sie genau eine Antwortmöglichkeit, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit drei Punkte für die entsprechende Aufgabe.

Markieren sie genau zwei Antwortmöglichkeiten, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit einen Punkt für die entsprechende Aufgabe.

In allen anderen Fällen erhalten sie null Punkte für diese Aufgabe.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere keine Taschenrechner).

Bei 18 von maximal 30 erreichbaren Punkten ist die Klausur in jedem Fall bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

Viel Erfolg!

Markierung:

Korrektur:

Korrekturhinweis: Wenn sie irrtümlich ein falsches Kästchen angekreuzt haben, malen sie dieses bitte vollständig aus und kreuzen sie eindeutig erkennbar die zutreffende Antwort an.

Aufgabe 1 a) b) c) d)

Aufgabe 2 a) b) c) d)

Aufgabe 3 a) b) c) d)

Aufgabe 4 a) b) c) d)

Aufgabe 5 a) b) c) d)

Aufgabe 6 a) b) c) d)

Aufgabe 7 a) b) c) d)

Aufgabe 8 a) b) c) d)

Aufgabe 9 a) b) c) d)

Aufgabe 10 a) b) c) d)

Aufgabe 1 zu Kapitel 6 Differentialrechnung

Es sei die Funktion $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \text{ für } x > -1$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Der Punkt $(x_0, y_0) = (0, 1)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f .
- b) Die Ableitung der Funktion f lautet $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.
- c) Die Funktion f ist strikt monoton fallend auf $(-1, \infty)$.
- d) Die Ableitung der Funktion f lautet $f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$.

Aufgabe 2 zu Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung

Es sei die Funktion $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ für } x > 0$$

Welcher der folgenden Ausdrücke entspricht der Elastizität von f ?

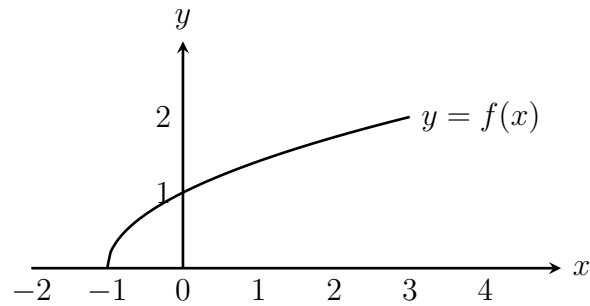
- a) $El_x f(x) = \frac{1}{2}$
- b) $El_x f(x) = -\frac{1}{2}$
- c) $El_x f(x) = -\sqrt{x}$
- d) $El_x f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 3 zu Kapitel 8 Konkave und konvexe Funktionen

Es sei die Funktion $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) = \sqrt{x+1} \text{ für } x > -1$$

Das folgende Diagramm bildet den Graphen dieser Funktion ab:



Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die zweite Ableitung von f lautet $f''(x) = -\frac{1}{4}(x+1)^{-3/2}$ für $x > -1$.
- b) Die Funktion f ist strikt konkav auf $(-1, \infty)$.
- c) Die Funktion f ist konkav auf $(-1, \infty)$.
- d) Die Funktion f ist konvex auf $(-1, \infty)$.

Aufgabe 4 zu Kapitel 9 Optimierung

Die Funktion f sei für $0 \leq x \leq 4$ definiert durch

$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

Wie lautet die Maximumstelle x^* dieser Funktion auf $[0, 4]$?

- a) $x^* = 0$
- b) Keine der angegebenen Stellen ist eine Maximumstelle von f auf $[0, 4]$.
- c) $x^* = 3$
- d) $x^* = 4$

Aufgabe 5 zu Kapitel 10 Integration

Welcher der folgenden Ausdrücke ist ein unbestimmtes Integral von $(x - 2)^2$?

a) $F(x) = x \left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4 \right)$

b) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$

c) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$

d) $F(x) = x \left(\frac{1}{3}x^2 - 2x + 4 \right)$

Aufgabe 6 zu Kapitel 12 Matrizenalgebra

Gegeben sei die Gleichung

$$a \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix},$$

wobei $a, b \in \mathbb{R}$ Koeffizienten seien.

Welche reellen Zahlen a und b erfüllen obige Gleichung?

- a) $a = \frac{7}{2}$ und $b = 1$
- b) Es gibt keine reellen Zahlen a und b , die obige Gleichung erfüllen.
- c) $a = 1$ und $b = \frac{1}{2}$
- d) $a = 3$ und $b = -1$

Aufgabe 7 zu Kapitel 13 Determinanten, Inverse und quadratische Formen

Die Matrix A sei wie folgt definiert:

$$A = \begin{pmatrix} 2-x & 1 \\ 4 & 2-x \end{pmatrix},$$

wobei $x \in \mathbb{R}$ ein Koeffizient ist.

Für welchen Wert von x besitzt A eine Inverse?

- a) $x = 2$
- b) $x = 4$
- c) $x = 0$
- d) Die Matrix A besitzt für keine Zahl $x \in \mathbb{R}$ eine Inverse.

Aufgabe 8 zu Kapitel 15 Partielle Ableitungen im Einsatz

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 7x - 7y + 127, \text{ für } x, y \in \mathbb{R}$$

Welche Steigung y' hat eine Höhenlinie von f im Punkt $(x_0, y_0) = (0, 0)$?

- a) $y' = 1$
- b) $y' = 3$
- c) $y' = -2$
- d) Die Steigung der Höhenlinie kann an der Stelle $(x_0, y_0) = (0, 0)$ nicht berechnet werden.

Aufgabe 9 zu Kapitel 17 Optimierung ohne Nebenbedingungen

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 7x - 7y + 127, \text{ für } x, y \in \mathbb{R}$$

Welche der folgenden Aussagen in Bezug auf die Hessematrix $f''(x, y)$ der Funktion f ist für alle $x, y \in \mathbb{R}$ wahr?

- a) $f''(x, y)$ ist indefinit.
- b) $f''(x, y)$ ist positiv definit.
- c) $f''(x, y)$ ist positiv semidefinit.
- d) $f''(x, y)$ ist negativ definit.

Aufgabe 10 zu Kapitel 18 Nebenbedingungen in Gleichheit

Wie lautet die Lösung (x^*, y^*) des folgenden Maximierungsproblems?

$$\max_{x, y \in \mathbb{R}} -2x^2 + 4xy - 3y^2 + 7x - 7y + 127 \text{ u.d.B. } x + y = 4$$

- a) $(x^*, y^*) = (1, 3)$
- b) $(x^*, y^*) = (3, 1)$
- c) $(x^*, y^*) = (2, 2)$
- d) $(x^*, y^*) = (4, 0)$