

Variante A

Mathematik

Technische Universität Dortmund

Fakultät Wirtschaftswissenschaften

14. Februar 2024

Bitte tragen sie ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

1. Prüfungsversuch Ja Nein

Matrikelnummer

Nachname _____

Studiengang _____

Vorname _____

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus 10 Aufgaben. Alle Aufgaben sind unabhängig voneinander lösbar.

Jede Aufgabe hat vier Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine zutreffend ist.

Markieren sie die jeweils zutreffende Antwortmöglichkeit jeder Aufgabe auf diesem Deckblatt. Es werden ausschließlich ihre Markierungen der jeweiligen Antwortmöglichkeiten a) bis d) auf diesem Deckblatt gewertet. Skizzen und Anmerkungen werden nicht bewertet.

Sie dürfen entweder eine oder zwei Antwortmöglichkeiten für jede Aufgabe markieren.

Markieren sie genau eine Antwortmöglichkeit, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit drei Punkte für die entsprechende Aufgabe.

Markieren sie genau zwei Antwortmöglichkeiten, so erhalten sie bei Markierung der zutreffenden Antwortmöglichkeit einen Punkt für die entsprechende Aufgabe.

In allen anderen Fällen erhalten sie null Punkte für diese Aufgabe.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere keine Taschenrechner).

Bei 18 von maximal 30 erreichbaren Punkten ist die Klausur in jedem Fall bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

Viel Erfolg!

Markierung:

Korrektur:

Korrekturhinweis: Wenn sie irrtümlich ein falsches Kästchen angekreuzt haben, malen sie dieses bitte vollständig aus und kreuzen sie eindeutig erkennbar die zutreffende Antwort an.

Aufgabe 1 a) b) c) d)

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Aufgabe 4

Aufgabe 5 a) b) c) d)

Aufgabe 6

Aufgabe 7

Aufgabe 8

Aufgabe 9 a) b) c) d)

Aufgabe 10

Aufgabe 1 zu Kapitel 6 Differentialrechnung

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch:

$$f(x) = (2 - x)^2, \quad x \in \mathbb{R}$$

Der Differenzenquotient von f sei für $x, \Delta x \in \mathbb{R}$, $\Delta x \neq 0$ gegeben durch:

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Welcher der folgenden Ausdrücke entspricht dem Differenzenquotient, nachdem dieser vereinfacht wurde?

- a) $\frac{(2-x)^2}{\Delta x} - 2(2-x) + \Delta x$
- b) $2 - x + \Delta x$
- c) $2(x - 2) + \Delta x$
- d) $\frac{1}{2(2-x)}$

Aufgabe 2 zu Kapitel 7 Anwendungen der Differentialrechnung

Für den natürlichen Logarithmus $\ln(x)$ mit $x > 0$ gilt:

- $\ln(1) = 0$
- $\ln(e) = 1$
- $\frac{d\ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$ für alle $x > 0$
- $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$
- $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- a) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = e$
- b) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = 1$
- c) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x}$
- d) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x}$ existiert nicht.

Aufgabe 3 zu Kapitel 8 Univariate Optimierung

Es sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch

$$f(x) = 6(3 - x)^2 + 5$$

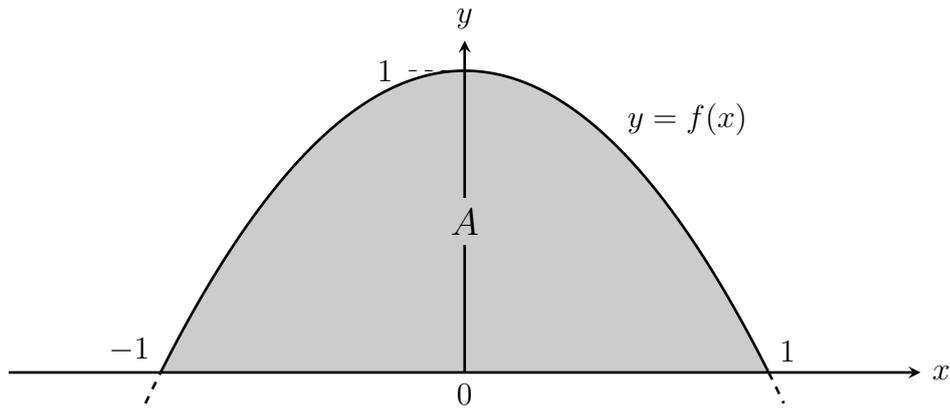
definiert.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) $f(x) \geq 3$ für alle $x \in \mathbb{R}$
- b) $x = 3$ ist die einzige Minimumstelle von f .
- c) Der Minimalwert von f ist 5.
- d) $x = 5$ ist eine Extremstelle von f .

Aufgabe 4 zu Kapitel 9 Integralrechnung

Das folgende Diagramm stellt den Graphen der Funktion $f(x) = 1 - x^2$ für $x \in \mathbb{R}$ dar und die Fläche A .



Wie groß ist die Fläche $A = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$?

- a) $A = 4/3$
- b) $A = 2/3$
- c) $A = \pi/2$
- d) $A = 1$

Aufgabe 5 zu Kapitel 11 Funktionen mehrerer Variablen

Es sei $\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \| = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Länge des Vektors $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Wie lautet die partielle Ableitung dieser Größe nach x für $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$?

a) $\frac{\partial \| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \|}{\partial x} = 0$

b) $\frac{\partial \| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \|}{\partial x} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{\partial \| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \|}{\partial x} = 1$

d) $\frac{\partial \| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \|}{\partial x} = \frac{3}{5}$

Aufgabe 6 zu Kapitel 12 Komparative Statik

Es sei $\| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \| = \sqrt{x^2 + y^2}$ die Länge des Vektors $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Ist die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = \| \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \|$ homogen und falls ja von welchem Grad?

- a) f ist homogen vom Grad 2.
- b) f ist homogen vom Grad 1.
- c) f ist homogen vom Grad $\frac{1}{2}$.
- d) f ist nicht homogen.

Aufgabe 7 zu Kapitel 13 Multivariate Optimierung

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch:

$$f(x, y) = (3x - 5y)^2, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Funktion f hat unendlich viele stationäre Punkte.
- b) Der Punkt $(x, y) = (5, 3)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .
- c) Der Punkt $(x, y) = (-15, -9)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .
- d) Der Punkt $(x, y) = (3, 5)$ ist ein stationärer Punkt der Funktion f .

Aufgabe 8 zu Kapitel 14 Optimierung unter Nebenbedingungen

Es sei folgendes Maximierungsproblem gegeben:

$$\max_{x,y \in \mathbb{R}} (x+1) \cdot (y-2) \text{ u.d.B. } 2x+3y=16$$

Es sei angenommen, dass dieses Problem eine Maximumstelle besitzt.

Welcher der folgenden Punkte ist diese Maximumstelle?

- a) $(x, y) = (1, 6)$
- b) $(x, y) = (2, 4)$
- c) $(x, y) = (5, 2)$
- d) $(x, y) = (-1, 6)$

Aufgabe 9 zu Kapitel 15 Matrizen und Vektoralgebra

Es seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

Wie lautet das Produkt $A \cdot B$?

a) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

c) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

d) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 10 zu Kapitel 16 Determinanten und inverse Matrizen

Es sei die Matrix $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ gegeben.

Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- a) Die Matrix P ist positiv definit.
- b) Die Matrix P hat eine Inverse.
- c) Die Determinante der Matrix P ist gleich null.
- d) Die beiden Spaltenvektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$ sind linear unabhängig.

