Kapitel 01:[1]

# Wesentliches aus der Logik und der Mengenlehre

Moodle

Lehrbuch

[1] Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

# 1.1 Wesentliches aus der Mengenlehre

# Definitionen: Menge, Teilmenge, Elemente

Eine **Menge** ist eine Vereinigung von Objekten. Wir nennen die Objekte **Elemente**.

Schreibweise: $S = \{a, b, c\}$
$a \in S$

Die Menge $A$ ist eine **Teilmenge** der Menge $B$, wenn jedes Element aus $A$ auch ein Element aus $B$ ist.

Schreibweise: $A \subseteq B$

$A$ ist eine **echte Teilmenge** von $B$, falls $A \subseteq B$ und $B \not\subseteq A$.

Schreibweise: $A \subset B$

# Definitionen: Gleichheit, leere Menge, Mächtigkeit

Zwei Mengen $A$ und $B$ sind **gleich**, falls $A \subseteq B$ und $B \subseteq A$.

Enthält eine Menge $A$ kein Element, so heißt diese Menge **leere Menge**.

Schreibweise: $A = \emptyset$ $\{\}$

Die Anzahl von Elementen einer Menge $A$ heißt **Mächtigkeit**.

Schreibweise: $|A|$

# Bemerkungen zur Definition einer Menge:

- Die Elemente einer Menge sind nicht geordnet, d.h. die Reihenfolge der Elemente ist egal.
- Die Elemente dürfen auch mehrfach in der Menge vorkommen, sie werden dabei aber jeweils nur einmal gezählt. Z.B. $\{1, 2, 3, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$ mit $|\{1, 2, 3, 3, 4\}| = 4$.
- Jede Menge enthält sich selbst, selbst die leere Menge!
- Die Elemente einer Menge müssen nicht gleichen Typs sein. Z.B. $A = \{\text{Haus}, \text{Katze}, 4\}$
- Ökonomische Beispiele für Mengen:
  **Budgetmenge**: alle Güterbündel, die man sich leisten kann
  **Bessermenge**: alle Güterbündel, die man besser findet
  **Informationsmenge**: Alle Entscheidungsknoten, welche nicht unterscheidbar sind

# Beispiel Teilmengen

Stelle eine komplette Liste aller verschiedenen Teilmengen der Menge

$$\Omega = \{a, b, c\} \qquad |\Omega| = 3$$

auf!

$\mathcal{P}(\Omega) = \{ \{\},$

Potenzmenge $\{a\}, \quad \{b\}, \quad \{c\},$ $\Rightarrow$ es gibt $2^3$ Teilmengen

$\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\},$

$\{a, b, c\} \}$

# Spezifikation einer Eigenschaft

Für eine Teilmenge $B$ von $A$, also $B \subseteq A$, gilt oft, dass $B$ solche Elemente aus $A$ enthält, die eine bestimmte **Bedingung** erfüllen.

Man schreibt dann

$$B = \{x \in A : x \text{ erfüllt Bedingung } C\}$$

Das Zeichen „:“ bedeutet „für die gilt“.
Manchmal schreibt man synonym „|“.

# Beispiele für Mengen mit Spezifikationen

$\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$

$\{1, 2, 3 \ldots\}$

- Rationale Zahlen
  $\mathbb{Q} = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{m}{n},\ m \in \mathbb{Z},\ n \in \mathbb{N}\}$
- Positive reelle Zahlen
  $\mathbb{R}_{>} = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$
- Nicht-negative reelle Zahlen
  $\mathbb{R}_{\geq} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0\}$
- Natürliche Zahlen und Null
  $\mathbb{N}_0 = \{x \in \mathbb{Z} : x \geq 0\}$
- Budgetmenge (mit Preis $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^2_{>}$ und Geld $m \in \mathbb{R}_{>}$)
  $B = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2_{\geq} : p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \leq m\}$

# Mengenoperationen

| Notation | Name | Die Menge besteht aus den Elementen, |
|---|---|---|
| $A \cup B$ | $A$ Vereinigung $B$ | die zu $A$ **oder**[2] zu $B$ gehören. |
| $A \cap B$ | $A$ Durchschnitt $B$ | die zu $A$ **und** zu $B$ gehören. |
| $A \setminus B$ | $A$ minus $B$ | die zu $A$, **aber nicht** zu $B$ gehören. |

Daher gilt

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ oder } x \in B\}$$

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ und } x \in B\}$$

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ und } x \notin B\}$$

[2] In der Mathematik wird „oder“ als „und oder“ verstanden.

# Beispiel 1.1.1

Seien

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ und } B = \{3, 6\}.$$

Bestimme

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A \cap B = \{3\}$
- $A \setminus B = \{1, 2, 4, 5\}$
- $B \setminus A = \{6\}$

# Definitionen: Disjunkt, Familie, Grundmenge, Komplement

Zwei Mengen $A$ und $B$, die keine gemeinsamen Elemente haben, sind **disjunkt**. Schreibweise: $A \cap B = \emptyset$

Eine Menge von Mengen nennt man **Familie** von Mengen.

Sind alle Mengen einer Familie Teilmengen einer gleichen Menge $\Omega$, so bezeichnet man die Menge $\Omega$ als **Grundmenge**.

Für eine Teilmenge $A$ einer Grundmenge $\Omega$ bezeichnet $\Omega \setminus A$ das **Komplement** von $A$ in $\Omega$. Schreibweise: $A^c = \Omega \setminus A$

$\overline{A}$

# Beispiel 1.1.2

- $\Omega$: alle Studierenden der TU Dortmund
- $F$: alle Studentinnen
- $M$: alle Mathe-Studierenden
- $C$: alle Studierenden im Chor
- $B$: alle Bio-Studierenden
- $T$: alle Studierenden, die Tennis spielen

und/oder

"oder"

"und"

Beschreibe

- $\Omega \setminus M$ = Alle bis auf Mathe
- $M \cup C$ = Alle Mathe oder Chor
- $F \cap T$ = Alle Studentinnen, die Tennis spielen
- $M \setminus (B \cap T)$ = Alle Mathe bis auf Bio & Tennis
- $(M \setminus B) \cup (M \setminus T)$ = Alle Mathe bis auf Bio

identisch



oder Alle Mathe bis auf Tennis

# $F$, $M$, $C$, $B$ und $T$ wie zuvor

Schreibe die folgenden Aussagen in Mengennotation:

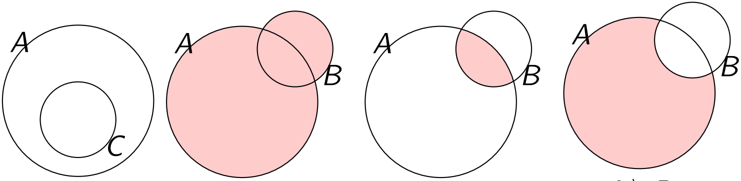
i) Alle Biologie-Studierende sind Mathematik-Studierende.

ii) Es gibt weibliche Studierende der Biologie im Universitätschor.

iii) Kein Tennisspieler studiert Biologie.

iv) Die weiblichen Studierenden, die weder Tennis spielen noch zum Universitätschor gehören, studieren alle Biologie.

# Venn-Diagramme




$C \subset A$ $B \cup A$ $B \cap A$ $A \setminus B$

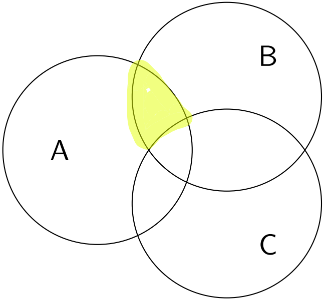
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$




3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

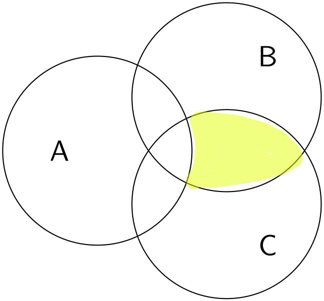
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

4.: $A \setminus (B \cup C)$




5.: $B \setminus (C \cup A)$

6.: $C \setminus (A \cup B)$

7.: $A \cap B \cap C$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

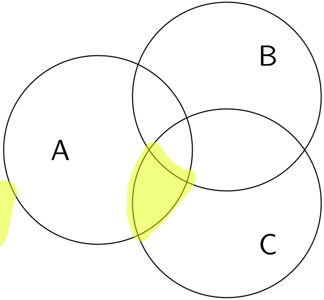
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$




3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

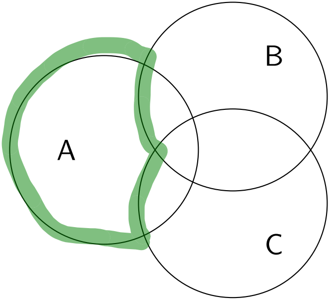
8.: $(A \cup B \cup C)^c$

# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$




6.: $C \setminus (A \cup B)$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $\boxed{A \setminus (B \cup C)}$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

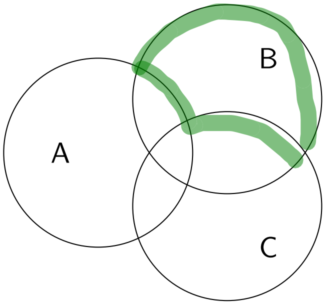
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $\boxed{B \setminus (C \cup A)}$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$




3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

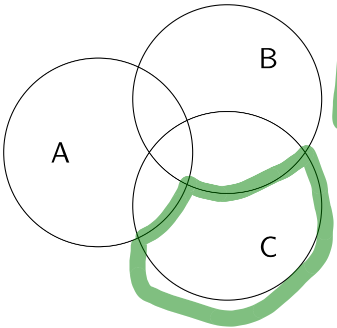
8.: $(A \cup B \cup C)^c$

# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$




6.: $C \setminus (A \cup B)$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

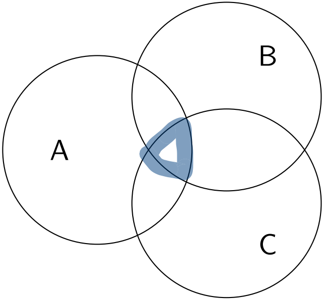
8.: $(A \cup B \cup C)^c$

# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$




6.: $C \setminus (A \cup B)$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $\boxed{A \cap B \cap C}$

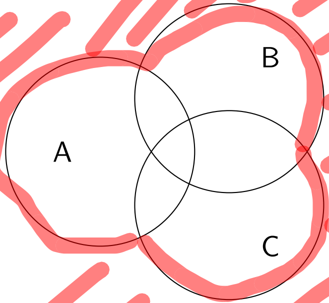
4.: $A \setminus (B \cup C)$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$




2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

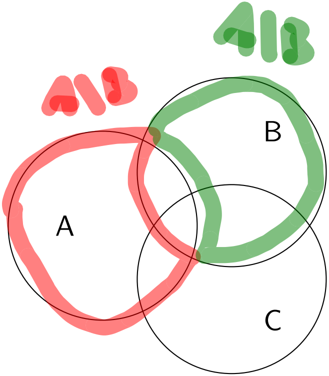
4.: $A \setminus (B \cup C)$

$\boxed{8.: (A \cup B \cup C)^c}$

# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$




2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

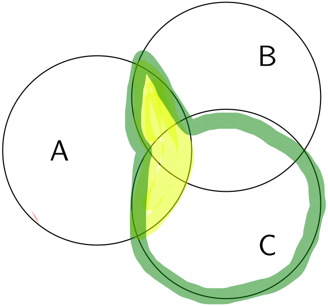
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$ $A \cap (B \cup C)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

3.: $(C \cap A) \setminus B$

4.: $A \setminus (B \cup C)$ $(A \cap B) \cup C$




5.: $B \setminus (C \cup A)$

6.: $C \setminus (A \cup B)$

7.: $A \cap B \cap C$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

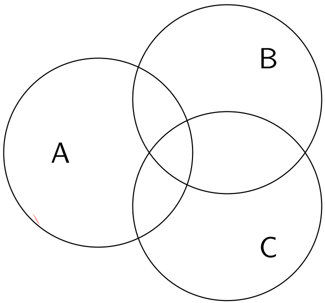
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$




3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

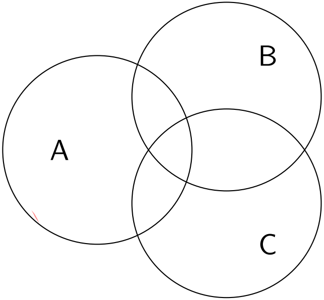
# Beispiel: Mengenoperationen

1.: $(A \cap B) \setminus C$

5.: $B \setminus (C \cup A)$

2.: $(B \cap C) \setminus A$

6.: $C \setminus (A \cup B)$




3.: $(C \cap A) \setminus B$

7.: $A \cap B \cap C$

4.: $A \setminus (B \cup C)$

8.: $(A \cup B \cup C)^c$

# Beispiel Venn-Diagramme

Welche der folgenden Formeln sind gültig?

Nutze ein Venn-Diagramm zur Begründung!

a) $A \setminus B = B \setminus A$ f

b) $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup C$ ✓

c) $A \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap C$

d) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$

Gebe ein Gegenbeispiel, falls eine Aussage falsch ist.

# 1.2 Wesentliches aus der Logik

# Aussage, offene Aussage

**Aussage**: Behauptung, die entweder wahr oder falsch ist.

Beispiele:

- Falls $x \in A$, dann gilt auch $x \in B$.
- Falls $x > 3$, dann gilt auch $x > 2$.
- Jedes Rechteck ist ein Quadrat.

**Offene Aussage**: Aussage, die von einer Variablen abhängt.

- Jedes Rechteck mit den Kantenlängen $a$ und $b$ ist ein Quadrat.
- Zum Preis $p$ herrscht Markträumung.

# Implikationen

Seien $P$ und $Q$ zwei verschiedene Aussagen.

Falls gilt „Wenn $P$ wahr ist, dann ist notwendig auch $Q$ wahr“, dann schreiben wir

$$P \Rightarrow Q \ .$$

Das Symbol $\Rightarrow$ ist ein **Implikations-Pfeil**.

Falls zusätzlich

$$P \Leftarrow Q$$

gilt, schreiben wir

$$P \Leftrightarrow Q \ .$$

Das Symbol $\Leftrightarrow$ ist eine **Äquivalenz-Pfeil**.

# Beispiele für korrekte Implikationen

a) $x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$

b) $xy = 0 \Rightarrow x = 0$ oder $y = 0$

c) $S$ ist ein Quadrat. $\Rightarrow$ $S$ ist ein Rechteck.

d) Sie lebt in Paris. $\Rightarrow$ Sie lebt in Frankreich.

# Beispiele für korrekte Äquivalenzen

a) $(x < -2 \text{ oder } x > 2) \Leftrightarrow x^2 > 4$

b) $xy = 0 \Leftrightarrow (x = 0 \text{ oder } y = 0)$

c) $A \subseteq B \Leftrightarrow (a \in A \Rightarrow a \in B)$

# Kontraposition

Die Aussage $P \Rightarrow Q$ ist äquivalent zu der Aussage

$$\textit{Nicht } Q \Rightarrow \textit{ Nicht } P$$

**Beispiel:**

- $P$: Es regnet.
- $Q$: Das Gras wird nass.

**Kontraposition von $P \Rightarrow Q$:**

„Wenn das Gras nicht nass wird, dann regnet es nicht.“

# Beispiel Kontraposition

Nutze das Prinzip der Kontraposition, um zu zeigen:

**Wenn $x$ und $y$ ganze Zahlen sind und $xy$ eine ungerade Zahl ist, dann sind $x$ und $y$ beide ungerade.**

P: $x, y \in \mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

und $\frac{x \cdot y + 1}{2} \in \mathbb{Z}$

---

Q: $\frac{x+1}{2} \in \mathbb{Z}$, und $\frac{y+1}{2} \in \mathbb{Z}$



nicht Q: $\frac{x}{2} \in \mathbb{Z}$ oder $\vee$ $\frac{y}{2} \in \mathbb{Z}$

nicht P: $x \notin \mathbb{Z} \vee y \notin \mathbb{Z} \vee \frac{xy+1}{2} \notin \mathbb{Z}$

# Notwendige und hinreichende Bedingungen

Wenn die Aussage $P$ die Aussage $Q$ impliziert, wenn also $P \Rightarrow Q$, dann ist

- $P$ eine **hinreichende Bedingung** für $Q$

  und

- $Q$ ist eine **notwendige Bedingung** für $P$.

# Drei Aussagen: Welche ist falsch?

1. Leben in Frankreich ist eine notwendige Bedingung für eine Person, um in Paris zu leben. ✓
2. Leben in Paris ist eine notwendige Bedingung für eine Person, um in Frankreich zu leben. f zB Lyon $\Rightarrow$ Frankreich
3. Leben in Paris ist eine hinreichende Bedingung für eine Person, um in Frankreich zu leben. ✓ ?

Leben in Paris $\Rightarrow$ Leben in Frankreich

hinr. Bed. notw. Bed

# Drei Aussagen: Welche ist richtig?

1. $a = b \Rightarrow a^2 = b^2$ r
2. $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ f: z.B: $a=3$, $b=-3$
   $a^2 = 9 = b^2$
3. $a = b \Leftrightarrow a^2 = b^2$ f:

# Beispiel: Inflation und Arbeitslosigkeit

hinr. $\qquad$ notw.

$P \Rightarrow Q$

Aussage: „**Wenn die Inflation steigt, fällt die Arbeitslosigkeit.**"

Welche der folgenden Aussagen sind hierzu äquivalent?

a) Damit die Arbeitslosigkeit fällt, muss die Inflation steigen. $\not\Leftrightarrow$

b) Eine hinreichende Bedingung für das Fallen der Arbeitslosigkeit ist, dass die Inflation steigt. ✓

c) Arbeitslosigkeit kann nur fallen, wenn die Inflation steigt. $\not\Leftrightarrow$

d) Wenn die Arbeitslosigkeit nicht fällt, steigt die Inflation nicht. ✓

e) Eine notwendige Bedingung für das Steigen der Inflation ist das Fallen der Arbeitslosigkeit. ✓

Kontraposition

A fällt nicht $\Rightarrow$ I steigt nicht

# 1.3 Mathematische Beweise

# Theorem, Satz

Ein **Theorem** oder **Satz** ist ein wichtiges Resultat; Aussage, dessen Richtigkeit mittels **Beweis** gezeigt werden kann.

Jedes Theorem kann in der Form

$$P \Rightarrow Q$$

formuliert werden.

Aussage $P$: **Voraussetzung**, **Prämisse**

Aussage $Q$: **Folgerung**

# Direkter Beweis

Um $P \Rightarrow Q$ **direkt** zu beweisen, beginnt man mit den Voraussetzungen $P$ und arbeitet sich schrittweise zu der Folgerung $Q$ vor.

**Beispiel:**

$$\underbrace{-x^2 + 5x - 4 > 0}_{P} \Rightarrow \underbrace{x > 0}_{Q}$$

Angenommen $P$:

$$-x^2 + 5x - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 5x > \underbrace{4}_{>0} + \underbrace{x^2}_{\geq 0} > 0$$

$$\Rightarrow \quad 5x > 0 \Leftrightarrow \underbrace{x > 0}_{Q}$$

# Indirekter Beweis

Um $P \Rightarrow Q$ **indirekt** zu beweisen, beweist man die Kontraposition direkt: nicht $Q \Rightarrow$ nicht $P$.

**Beispiel:**

$$\underbrace{-x^2 + 5x - 4 > 0}_{P} \Rightarrow \underbrace{x > 0}_{Q}$$

Angenommen nicht $Q$:

$$x \leq 0$$

Kontraposition

zu zeigen $x \leq 0 \Rightarrow -x^2 + 5x - 4 \leq 0$

$x \leq 0 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow -x^2 \leq 0$

$\Rightarrow 5x \leq 0$

mit $-4 < 0$

$\Rightarrow -x^2 + 5x - 4 < 0$ $\boxtimes$

# Deduktive und induktive Schlussfolgerung

**Deduktion:** („Theorie“, „Mathematischer Beweis“)

Logische Schlussfolgerungen von Voraussetzungen zu zwingenden Konsequenzen.

**Induktion:** („Empirie“)

Man schließt von einzelnen Beobachtungen auf Eigenschaften einer Gruppe.

# 1.4 Mathematische Induktion

# Einführendes Beispiel

Betrachtet sei die Summe der ersten $n$ ungeraden Zahlen:

$$\begin{aligned} 1 &= 1 = 1^2 \\ 1+3 &= 4 = 2^2 \\ n=3 \qquad 1+3+5 &= 9 = 3^2 \quad n \\ 1+3+5+7 &= 16 = 4^2 \\ 1+3+5+7+9 &= 25 = 5^2 \end{aligned}$$

Vermutlich ist dies ein allgemein gültiges Muster!

Wie können wir zeigen, dass

$$1+3+5+7+9+\ldots+\overbrace{(2n-1)}^{\text{nte ungerade Zahl}} = n^2 \qquad (*)$$

auch für <u>alle</u> $n > 5$ gültig ist?

# Einführendes Beispiel

Wir nehmen zunächst an, dass $(*)$ für <u>ein</u> $n$ gültig ist:

$(*)$ $$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + (2n - 1) = n^2$$

$\Downarrow$

Nun addieren wir auf beiden Seiten $2(n+1) - 1$:

$(**)$ $$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + (2n - 1) + 2(n+1) - 1 = n^2 + 2(n+1) - 1$$

Die rechte Seite vereinfacht sich zu:

$$n^2 + 2n + 2 - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

Aus $(*)$ für $n$ folgt also

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + (2(n+1) - 1) = (n+1)^2 \ ,$$

was der Gleichung $(*)$ für $n + 1$ entspricht.

# Einführendes Beispiel

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + (2n - 1) = n^2 \qquad (*)$$

Da wir bereits berechnet haben, dass $(*)$ für $n = 1, 2, 3, 4, 5$ gilt, muss $(*)$ auch für $n = 6$ gelten.

Deswegen muss $(*)$ auch für $n = 7$ gelten.

usw.

Deswegen muss $(*)$ für <u>alle</u> $n$ gelten.

Dieses Beweisverfahren heißt mathematische oder vollständige Induktion.

# Mathematische Induktion

Die mathematische Induktion (oder vollständige Induktion) ist ein Beweisverfahren für eine offene Aussage $A(n)$, die von einer natürlichen Zahl $n \in \mathbb{N}$ abhängt.

Die Voraussetzung lautet

(a) $A(1)$ ist wahr für $n = 1$.

(b) Falls $A(n)$ wahr ist für eine beliebige natürliche Zahl $n \geq 1$, dann ist auch $A(n+1)$ wahr.

Die Schlussfolgerung lautet

$$A(n) \text{ ist wahr für alle natürlichen Zahlen } n \geq 1.$$

## Beispiel: Vollständige Induktion

Beweise durch Induktion:

$$3 + 3^2 + 3^3 + \ldots + 3^n = \frac{1}{2}(3^{n+1} - 3) \qquad (**)$$

Für alle $n \in \mathbb{N}$.

$n = 1$

$3^1 = \frac{1}{2}(3^{1+1} - 3) = \frac{1}{2}(3^2 - 3)$

$= \frac{1}{2}(9-3) = \frac{1}{2} 6 = 3$ ✓

$(**)$ für $n+1$

$\underbrace{3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n}_{** \text{ für } n \Rightarrow = \frac{1}{2}(3^{n+1}-3)} + 3^{n+1} = \frac{1}{2}(3^{n+1+1} - 3)$



$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(3^{n+1} - 3) + 3^{n+1} = \frac{1}{2}(3^{n+2} - 3)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}3^{n+1} - \frac{1}{2}3 + 3^{n+1} = \frac{1}{2}(3^{n+2} - 3)$

$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{3}{2}3^{n+1}}_{\frac{1}{2}\cdot \underbrace{3 \cdot 3^{n+1}}_{3^{n+2}}} - \frac{1}{2}3 = \frac{1}{2}(3^{n+2} - 3)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(3^{n+2} - 3) = \frac{1}{2}(3^{n+2} - 3)$ $\square$

# Zusammenfassung

1.1 **Wesentliches aus der Mengenlehre**

Mengen, Spezifikation von Eigenschaften, Mengenoperationen, Venn-Diagramme

1.2 **Wesentliches aus der Logik**

Aussagen, Implikationen, notwendige und hinreichende Bedingungen

1.3 **Mathematische Beweise**

Theorem/Satz, Beweis, Voraussetzung, Folgerung, Kontraposition, Deduktion

1.4 **Mathematische Induktion**