

Übung zu Kapitel GLS: Das verallgemeinerte lineare Regressionsmodell

Aufgabe 1

Betrachte das folgende Modell zur Erklärung vom monatlichen Bierkonsum:

$$\text{Bier}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Gehalt}_i + \beta_2 \text{Preis}_i + \beta_3 \text{Bildung}_i + \beta_4 \text{Frau}_i + u_i.$$

Angenommen, es gelte

$$E[u_i | \text{Gehalt}_i, \text{Preis}_i, \text{Bildung}_i, \text{Frau}_i] = 0$$

und

$$\text{Var}(u_i | \text{Gehalt}_i, \text{Preis}_i, \text{Bildung}_i, \text{Frau}_i) = \sigma^2 \text{Gehalt}_i^2.$$

Transformiere die Modellgleichung so, dass die Fehler im neuen Modell MLR 5 erfüllen.

Aufgabe 2

Betrachte das Regressionsmodell $\mathbf{y} = X\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$ unter der Annahme, dass

$$\Sigma(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 I_{n_1} & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 I_{n_2} \end{pmatrix}, \text{ wobei}$$

die Stichprobe mit n Beobachtungen in zwei Stichproben mit den Beobachtungen 1 bis n_1 und $n_1 + 1$ bis n mit den Größen n_1 und $n_2 = n - n_1$ aufgeteilt wird und σ_1^2 und σ_2^2 positive Skalare sind.

- ▶ Finde eine Matrix P , sodass mit $\tilde{X} = PX$ und $\tilde{\mathbf{y}} = P\mathbf{y}$ der OLS-Schätzer $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'\tilde{\mathbf{y}}$ BLUE ist.
- ▶ Gebe die Varianz-Kovarianz-Matrix von $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$ an!