

# Übung zu Kapitel GLS: Das verallgemeinerte lineare Regressionsmodell

# Aufgabe 1

Betrachte das folgende Modell zur Erklärung vom monatlichen Bierkonsum:

$$\text{Bier}_i = \beta_0 + \beta_1 \text{Gehalt}_i + \beta_2 \text{Preis}_i + \beta_3 \text{Bildung}_i + \beta_4 \text{Frau}_i + u_i.$$

Angenommen, es gelte

$$E[u_i | \text{Gehalt}_i, \text{Preis}_i, \text{Bildung}_i, \text{Frau}_i] = 0$$

und

$$\text{Var}(u_i | \text{Gehalt}_i, \text{Preis}_i, \text{Bildung}_i, \text{Frau}_i) = \sigma^2 \text{Gehalt}_i^2.$$

Transformiere die Modellgleichung so, dass die Fehler im neuen Modell MLR 5 erfüllen.

## Aufgabe 2

Betrachte das Regressionsmodell  $\mathbf{y} = X\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$  unter der Annahme, dass

$$\Sigma(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 I_{n_1} & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 I_{n_2} \end{pmatrix}, \text{ wobei}$$

die Stichprobe mit  $n$  Beobachtungen in zwei Stichproben mit den Beobachtungen 1 bis  $n_1$  und  $n_1 + 1$  bis  $n$  mit den Größen  $n_1$  und  $n_2 = n - n_1$  aufgeteilt wird und  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  positive Skalare sind.

- ▶ Finde eine Matrix  $P$ , sodass mit  $\tilde{X} = PX$  und  $\tilde{\mathbf{y}} = P\mathbf{y}$  der OLS-Schätzer  $\tilde{\boldsymbol{\beta}} = (\tilde{X}'\tilde{X})^{-1}\tilde{X}'\tilde{\mathbf{y}}$  BLUE ist.
- ▶ Gebe die Varianz-Kovarianz-Matrix von  $\tilde{\boldsymbol{\beta}}$  an!