

Übung zu den Kapitel 04:<sup>1</sup>

# Funktionen einer Variablen



Moodle



Lehrbuch

---

<sup>1</sup>Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 5. Auflage

# Das üben wir in diesem Kapitel:

Potenzfunktionen

Exponentialfunktionen

Logarithmusfunktionen

## Aufgabe 4.8.3 (Seite 157)

Löse die folgenden Gleichungen nach  $x$  auf:

(a)  $2^{2x} = 8$    (b)  $3^{3x+1} = 1/81$    (c)  $10^{x^2-2x+2} = 100$

Erinnerung:

$$\ln(a^b) = b \cdot \ln(a)$$

a)  $2^{\boxed{2x}} = 8 = 2^{\boxed{3}}$  ↙

$$\Rightarrow \ln(2^{2x}) = \ln(2^3)$$

$$\Rightarrow 2x \cdot \cancel{\ln(2)} = 3 \cdot \cancel{\ln(2)}$$

$$2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

b)  $3^{3x+1} = \frac{1}{81}$

$$\Rightarrow 3^{3x+1} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$$

$$\Rightarrow (3x+1) \cdot \cancel{\ln(3)} = (-4) \cdot \cancel{\ln(3)}$$

$$\Rightarrow 3x+1 = -4$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

c)  $10^{x^2-2x+2} = 100 = 10^2$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + \cancel{2} = \cancel{2}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

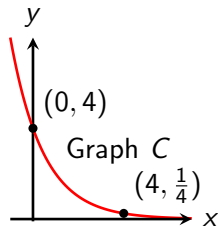
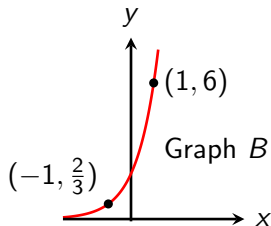
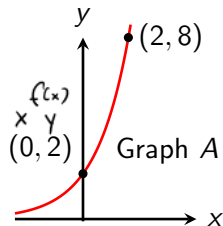
$$\Rightarrow x_1 = 0$$

$$x_2 = 2$$

## Aufgabe 4.9.10 (Seite 163)

Betrachte die Exponentialfunktion  $f(x) = ab^x$  für  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in \mathbb{R}_+$ .

Bestimme die Parameter  $a$  und  $b$  für die folgenden drei Graphen:



## Lösung 4.9.10

a)  $(2, 8), (0, 2)$

$$f(x) = a \cdot b^x$$

$(0, 2)$ :

$$f(0) = a \cdot b^0 = 2$$

$$\Rightarrow a \cdot 1 = 2$$

$$\Rightarrow a = 2$$

$(2, 8)$ :

$$f(2) = 2 \cdot b^2 = 8 \quad | :2$$

$$\Rightarrow b^2 = 4$$

$$\Rightarrow b = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot 2^x$$

b)  $(-1, \frac{2}{3}), (1, 6)$

$$f(x) = a \cdot b^x$$

$(-1, \frac{2}{3})$ :

$$f(-1) = a \cdot b^{-1} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow a = b \cdot \frac{2}{3} \quad \leftarrow$$

$(1, 6)$ :

$$f(1) = a \cdot b^1 = 6$$

$$\frac{2}{3}b \cdot b = 6 \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

$$b^2 = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9$$

$$b = 3$$

$$a = b \cdot \frac{2}{3} = 2$$

c)  $(0, 4), (4, \frac{1}{4})$

$(0, 4)$ :

$$f(0) = a \cdot b^0 = 4$$

$$\Rightarrow a \cdot 1 = 4$$

$$\Rightarrow \underline{a = 4}$$

$(4, \frac{1}{4})$ :

$$f(4) = 4 \cdot b^4 = \frac{1}{4} \quad | :4 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow b^4 = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4} \quad | \cdot \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$$

$$b = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} \Rightarrow a^4 = 16$$

## Aufgabe 4.10.2 (Seite 168)

Löse die folgenden Gleichungen nach  $x$  auf:

$$(a) 3^x = 8 \xrightarrow{\ln} (\ln(3^x) = \ln(8)) \Rightarrow x \cdot \ln(3) = \ln(8) \Rightarrow x = \frac{\ln(8)}{\ln(3)}$$

$$(b) \ln(x) = 3 \stackrel{e^{\cdot}}{\Rightarrow} e^{\ln(x)} = e^3 \Rightarrow x = e^3$$

$$(c) \ln(x^2 - 4x + 5) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 5 = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \\ \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$(d) \ln(x(x-2)) = 0 \Rightarrow x(x-2) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(e) \frac{x \ln(x+3)}{x^2+1} = 0 \quad \begin{array}{l} p = (-2) \quad q = (-1) \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \\ x_1 = 1 + \sqrt{2} \\ x_2 = 1 - \sqrt{2} \end{array}$$

$$(f) \ln(\sqrt{x} - 5) = 0 \Rightarrow \ln(\sqrt{x} - 5) = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 5 = 1 \\ \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 36$$

$$a^b = c \Rightarrow \log_a(c) = b \quad | \quad \log_a(c) = 0 \Rightarrow a^0 = 1 = c$$