Klausur zu Einführung in die Spieltheorie (Bachelor)

Technische Universität Dortmund

Fakultät Wirtschaftswissenschaften

28. September 2022

Bitte tragen Sie Ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

Matrikelnummer

Nachname _____

Studiengang _____

Vorname _____

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus vier Aufgaben, **von welchen drei zu bearbeiten sind**. Streichen Sie bitte eindeutig erkennbar diejenige Aufgabe, die nicht gewertet werden soll. Jede der Aufgaben besteht aus vier Teilaufgaben a) bis d), für welche je maximal acht Punkte zu erreichen sind. Bei jeder der Aufgaben 1 bis 4 sind maximal 30 Punkte zu erreichen. Die Aufgaben 1 bis 4 sind unabhängig voneinander lösbar. Werden alle diese vier Aufgaben bearbeitet, so werden nur die Aufgaben 1 bis 3 bewertet.

Bitte verwenden Sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift. Beantworten Sie die Aufgaben bitte direkt auf den Aufgabenblättern. Sollte der Platz hierfür nicht ausreichen, ordnen Sie Ihre Angaben auf den hierfür vorgesehenen leeren Seiten bitte eindeutig erkennbar einer der Teilaufgaben zu.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere keine Taschenrechner).

Bei 36 von maximal 90 erreichbaren Punkten ist die Klausur bestanden.

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

Viel Erfolg!

Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe 1	Gesamtpunkte Aufgabe 1	<input type="text"/>	/ 30
Punkte a) <input type="text"/> / 8	Punkte b) <input type="text"/> / 8	Punkte c) <input type="text"/> / 8	Punkte d) <input type="text"/> / 8
Aufgabe 2	Gesamtpunkte Aufgabe 2	<input type="text"/>	/ 30
Punkte a) <input type="text"/> / 8	Punkte b) <input type="text"/> / 8	Punkte c) <input type="text"/> / 8	Punkte d) <input type="text"/> / 8
Aufgabe 3	Gesamtpunkte Aufgabe 3	<input type="text"/>	/ 30
Punkte a) <input type="text"/> / 8	Punkte b) <input type="text"/> / 8	Punkte c) <input type="text"/> / 8	Punkte d) <input type="text"/> / 8
Aufgabe 4	Gesamtpunkte Aufgabe 4	<input type="text"/>	/ 30
Punkte a) <input type="text"/> / 8	Punkte b) <input type="text"/> / 8	Punkte c) <input type="text"/> / 8	Punkte d) <input type="text"/> / 8
Gesamtpunkte	<input type="text"/>	/ 90	Note:

Aufgabe 1 zu Kapitel 1:

Statische Spiele unter vollständiger Information

Betrachten Sie das folgende simultane zwei-Personen Spiel in Normalform (Anna wählt die Zeilen und Bob wählt die Spalten).

$U_A(T, q) = q \cdot 1 + (1-q) \cdot 2 = 2 - q$
 $U_A(D, q) = q \cdot 4 + (1-q) \cdot 1 = 1 + 3q$

$2 - q = 1 + 3q \Leftrightarrow 2 - 1 = 3q + q \Leftrightarrow 1 = 4q \Leftrightarrow q = \frac{1}{4}$

$U_B(P, C) = 1$
 $U_B(P, R) = P \cdot 0 + (1-P) \cdot 2 \rightarrow 1 = 2 - 2P \Leftrightarrow 2P = 1 \Leftrightarrow P = \frac{1}{2}$

		Bob		
		L	C	R
Anna	P T	<u>2</u> , 0	1, <u>1</u>	<u>2</u> , 0
	M	0, 3	1, 1	0, 2
	1-P D	1, 0	<u>4</u> , 1	1, <u>2</u>

a) Streichen Sie in der obigen Auszahlungsmatrix alle (iteriert) strikt dominierten Strategien.

1. Schritt M dominiert (durch D), 2. Schritt L iteriert dominiert durch C.

b) Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte in reinen Strategien.

es gibt kein NGG in reinen Strategien

c) Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte in gemischten Strategien.

$(\frac{1}{2}T + \frac{1}{2}D, \frac{1}{4}C + \frac{3}{4}R)$

d) Warum kann Anna in einem gemischten Nash Gleichgewicht nicht alle ihrer reinen Strategien T, M, D mit positiver Wahrscheinlichkeit spielen?

M strikt dominiert $\Rightarrow$ M kann nicht Teil eines NGG sein.

Aufgabe 2 zu Kapitel 2:

Dynamische Spiele unter vollständiger Information

Betrachten Sie das folgende simultane zwei-Personen Spiel in Normalform (Anna wählt die Zeilen, Bob wählt die Spalten).

		Bob	
		L	R
Anna	T	1 , 1	-1 , 4
	D	4 , -1	0 , 0

Nehmen Sie an, das Spiel werde zweimal hintereinander gespielt. Die Auszahlungen des zweistufigen Spiels seien durch die Summen der Stufenauszahlungen gegeben.

a) Nehmen Sie an, dass Anna und Bob in der zweiten Runde *nicht* wissen, welche Aktion der/die andere in der ersten Runde gewählt hat. Begründen Sie, warum Anna acht reine Strategien in diesem zweistufigen Spiel hat.

b) Nehmen Sie nun an, dass Anna und Bob nach der ersten Runde beobachten, welche Aktionen der/die andere in der ersten Runde gewählt hat. Daraufhin wählen sie wieder simultan ihre Aktionen in der zweiten Runde. Wie viele reine Strategien besitzen Anna und Bob nun?

Betrachten Sie für die Teile c) und d) das in Teil b) beschriebene Spiel.

c) Welche Paare von Aktionen aus $\{T, D\} \times \{L, R\}$ können in der zweiten Stufe des Spiels in einem teilspielperfekten Gleichgewicht in reinen Strategien gespielt werden?

d) Welches ist die höchste Auszahlung, die Anna in einem teilspielperfekten Nash Gleichgewicht in reinen Strategien erhalten kann? Wie lautet eine dazugehörige Strategienkombination? Achten Sie darauf, die Strategien vollständig, also auch außerhalb des Gleichgewichtspfades, anzugeben.

Aufgabe 3 zu Kapitel 3: Statische Spiele unter unvollständiger Information

Anna und Bob spielen folgendes Spiel in Normalform:

		Bob	
		C	D
Anna	C	3 , 1	0 , 0
	D	0 , 0	1 , 3

a) Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte (in reinen und gemischten Strategien) dieses Spiels.

Nehmen Sie nun an, dass, bevor sich Anna und Bob für eine ihrer Strategien simultan entscheiden, sie beobachten, ob ihre Professorin eine Brille (mit Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{4}$) trägt, oder nicht (mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$). All dies ist common knowledge.

b) Geben Sie die Menge der reinen Strategien von Anna und die Menge der reinen Strategien von Bob im Spiel mit Beobachtung der Professorin an.

c) Nehmen Sie an, dass Bob immer D wählt, wenn die Professorin eine Brille trägt, und C, falls die Professorin keine Brille trägt. Welche Strategie von Anna im Spiel mit Beobachtung der Professorin ist die beste Antwort darauf?

d) Geben Sie alle Nash Gleichgewichte in reinen Strategien des Spiels mit Professorin an.

Aufgabe 4 zu Kapitel 4:

Dynamische Spiele unter unvollständiger Information

Gegeben sei folgendes Spiel zwischen Anna und Bob:

1. Zuerst entscheidet sich Anna zwischen den Alternativen O , M und U .
 - Wählt Anna die Alternative U , so endet das Spiel sofort und Anna und Bob erhalten beide die Auszahlung 0.
 - Wählt Anna eine der Alternativen O oder M , so ist Bob am Zug. Er kann O oder M aber nicht unterscheiden.
 2. Als zweites zieht Bob, er entscheidet sich zwischen L und R . Danach endet das Spiel.
 - Entscheidet er sich für L nach O , so erhält Anna 6 und Bob -3.
 - Entscheidet er sich für R nach O , so erhalten Anna und Bob beide -6.
 - Entscheidet er sich für L nach M , so erhält Anna 3 und Bob -6.
 - Entscheidet er sich für R nach M , so erhält Anna -6 und Bob -3.
- a) Stellen Sie das Spiel in Normalform dar und geben Sie eine Strategie von Anna an, welche durch eine andere (gemischte) Strategie von Anna dominiert wird. Nennen Sie ebenfalls die dominierende Strategie.
- b) Bestimmen Sie alle Nash Gleichgewichte in reinen Strategien.
- c) Stellen Sie das Spiel als Spielbaum dar. Benutzen Sie hierbei die Notation der Vorlesung.
- d) Argumentieren Sie für eines der Nash Gleichgewichte aus b), warum Bob in der Spielbaumdarstellung Forderung 2 aus der Vorlesung nur dann erfüllen kann, wenn er glaubt, dass Anna eine dominierte Strategie spielt.