

Bitte tragen sie Ihre Daten sorgfältig und leserlich ein:

Matrikelnummer

Nachname

Studiengang

Vorname

Bearbeitungshinweise:

Diese Klausur besteht aus drei Aufgaben, jede der Aufgaben besteht aus fünf Teilaufgaben a) bis e), für welche je maximal sechs Punkte zu erreichen sind. Bei jeder der Aufgaben 1 bis 3 sind maximal 30 Punkte zu erreichen. Die Aufgaben 1 bis 3 sind unabhängig voneinander lösbar.

Bitte verwenden sie einen Kugelschreiber oder nicht zu starken Filzstift. Beantworten sie die Aufgaben bitte direkt auf den Aufgabenblättern oder auf den hierfür vorgesehenen leeren Seiten. Ordnen sie ihre Angaben bitte eindeutig erkennbar einer der Teilaufgaben zu.

Es sind keine Hilfsmittel zugelassen (insbesondere keine Taschenrechner).

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

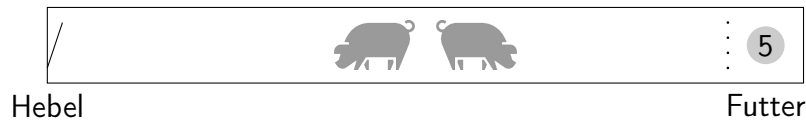
Viel Erfolg!

Vom Prüfer auszufüllen:

Aufgabe 1	Gesamtpunkte Aufgabe 1	/ 30
Punkte a) / 6 b) / 6 c) / 6 d) / 6 e) / 6		
Aufgabe 2	Gesamtpunkte Aufgabe 2	/ 30
Punkte a) / 6 b) / 6 c) / 6 d) / 6 e) / 6		
Aufgabe 3	Gesamtpunkte Aufgabe 3	/ 30
Punkte a) / 6 b) / 6 c) / 6 d) / 6 e) / 6		
Gesamtpunkte	/ 90	Note:

Aufgabe 1 zu Kapitel 1:

Statische Spiele unter vollständiger Information



In einem Käfig werden zwei Schweine gehalten. Ein Schwein habe einen unterwürfigen Charakter, das andere einen dominanten. Am einen Ende des Käfigs ist ein Hebel angebracht, am anderen Ende eine Futterstelle, die durch ein Gitter versperrt ist. Übt ein Schwein Druck auf den Hebel aus, wird das Gitter der Futterstelle geöffnet. Der Hebel und die Futterstelle sind so weit von einander entfernt, dass ein Schwein nicht gleichzeitig den Hebel betätigen kann und an der Futterstelle fressen kann.

Die Schweine müssen sich nun gleichzeitig entscheiden, ob sie zum Hebel laufen, um diesen zu betätigen, oder ob sie zur Futterstelle laufen, um dort zu fressen.

Es sei common knowledge, dass die Schweine rational sind.

Laufen beide Schweine zur geschlossenen Futterstelle, so gehen beide leer aus und erhalten die Auszahlung 0.

Laufen beide Schweine zum Hebel, so können sie danach gemeinsam an der Futterstelle fressen. Das dominante Schwein frisst dann aber mehr (Auszahlung 3) als das unterwürfige Schwein (Auszahlung 2).

Läuft das unterwürfige Schwein zum Hebel und das dominante Schwein zur Futterstelle, so frisst das dominante Schwein das gesamte Futter (Auszahlung 5); für das unterwürfige Schwein bleibt nichts übrig (Auszahlung 0).

Andersherum kann sich das unterwürfige Schwein einen großen Teil vom Futter sichern (Auszahlung 4) und für das dominante Schwein bleibt nur noch ein kleiner Rest (Auszahlung 1).

- Stellen sie das Spiel anhand einer Auszahlungsmatrix dar.
- Markieren sie in der Auszahlungsmatrix die besten Antworten der Schweine.
- Gibt es in diesem Spiel schwach oder strikt dominierte Strategien? Begründen sie ihre Antwort.
- Benennen sie alle Nash Gleichgewichte in reinen Strategien, falls es welche gibt.

Nehmen sie an, dass das unterwürfige Schwein eine gemischte Strategie spielt.

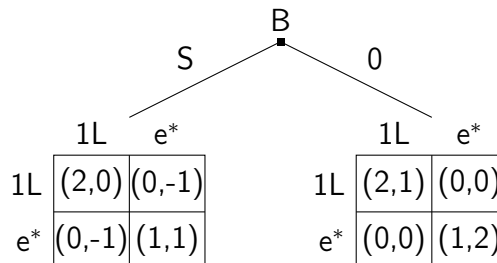
- Geben sie die Erwartungsnutzen des dominanten Schweins an, wenn dieses mit „Futter“ bzw. „Hebel“ auf die gemischte Strategie reagiert.
- Geben sie alle Nash Gleichgewichte an, in denen mindestens ein Schwein eine gemischte Strategie spielt.

Aufgabe 2 zu Kapitel 2:

Dynamische Spiele unter vollständiger Information

Anne und Ben spielen das aus der Vorlesung bekannte „1Live oder eldorado“-Spiel mit folgender Modifikation: Vor dem Spiel darf Ben sich entscheiden, ob er seinen Schnurrbart rasiert (Aktion „S“), oder nicht (Aktion „0“). Anne beobachtet dies, bevor sie sich simultan mit Ben zwischen 1Live oder eldorado* entscheidet.

Zur Illustration soll folgende Skizze des Spiels dienen, wobei jeweils Anne die Zeilenspielerin und Bob der Spaltenspieler der Normalformspiele ist:



- Stellen sie das obige Spiel als Spielbaum dar, wobei sie die Notation der Vorlesung nutzen.
- Welche Teilspiele hat dieses Spiel? Markieren sie diese im Spielbaum.
- Geben sie die Menge reiner Strategien von Anne und von Ben an.

Betrachten sie für die nächste Teilaufgabe d) nur diejenigen Teilspiele, die nicht dem gesamten Spiel entsprechen.

- Welche/s Nash Gleichgewicht/e in reinen Strategien hat/haben die Teilspiele? Nennen sie ebenfalls die Auszahlungen des/der Gleichgewichte.

Im reduzierten Spiel werden die Teilspiele aus d) durch die Auszahlungen eines Nash Gleichgewichtes für das entsprechende Teilspiel ersetzt.

- Zeichnen sie für jede mögliche Kombination von Nash Gleichgewichten der Teilspiele einen Spielbaum des reduzierten Spiels.
- Gibt es ein teilspielperfektes Nash Gleichgewicht des gesamten Spiels, in welchem sich Ben den Schnurrbart rasiert? Falls ja, geben sie dieses Gleichgewicht an. Falls nein, begründen sie ihre Antwort.

Aufgabe 3 zu Kapitel 3:

Statische Spiele unter unvollständiger Information

Betrachten sie ein Cournot-Duopol bei welchem Unsicherheit über die inverse Nachfragefunktion herrscht.

Für diese Aufgabe sei angenommen, dass die Firmen Mengen q_1, q_2 wählen, die in Summe kleiner als 27 sind.

Die inverse Nachfragefunktion nimmt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$ die Form

$$P^H(q_1, q_2) = 54 - 2q_1 - 2q_2$$

und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$ die Form

$$P^L(q_1, q_2) = 24 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2$$

an. Über diese Wahrscheinlichkeiten herrsche common knowledge.

Die Kostenfunktion beider Firmen laute $c(q_i) = 4 \cdot q_i, i = 1, 2$.

Nehmen sie für die Aufgabenteile a), b) & c) an, dass keine der beiden Firmen die Parameter der inversen Nachfragefunktion beobachtet.

a) Welche Zielfunktion maximiert Firma 1 für eine gegebene Menge q_2 von Firma 2?

b) Wie lautet die Reaktionsfunktion von Firma 1?

c) Wie lautet das Bayesianische Nash Gleichgewicht?

Nehmen sie nun für die Aufgabenteile d), e) & f) an, dass Firma 2 die Parameter der inversen Nachfragefunktion beobachtet, während Firma 1 dies zwar weiß, selbst aber die Parameter nicht beobachtet.

d) Wie lautet die Zielfunktion von Firma 1?

e) Wie lauten die Zielfunktionen von Firma 2?

f) Wie lautet die Reaktionsfunktionen von Firma 1?

Lösung zu Aufgabe 1

a), b)

		U-Schwein	
		Futter	Hebel
D-Schwein	Futter	0 , 0	5 , 0
	Hebel	1 , 4	3 , 2

c) Die Strategie Hebel ist für das U-Schwein durch die Strategie Futter schwach dominiert. Es gilt:

$$u_U(F, F) = u_U(H, F) \text{ und } u_U(F, H) > u_U(H, H)$$

d) Die Nash Gleichgewichte in reinen Strategien lauten (H, F) und (F, H) .

e) Das U-Schwein spiele Futter mit Wahrscheinlichkeit p . Dann gilt:

$$U_D(p, F) = 5(1 - p) = 5 - 5p$$

$$U_D(p, H) = 1p + 3(1 - p) = 3 - 2p$$

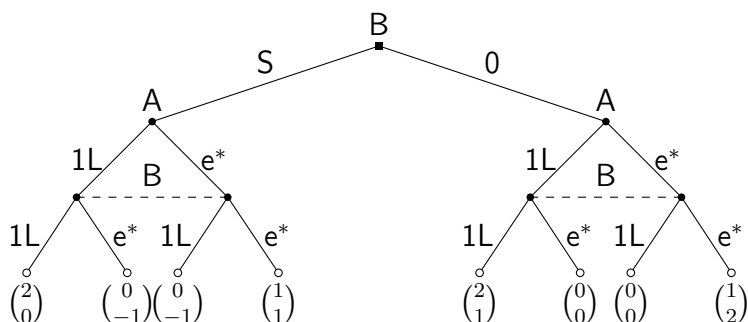
f) Das U-Schwein wird nur dann mischen, wenn das D-Schwein mit Sicherheit zum Futter geht. Andernfalls würde das U-Schwein Futter strikt bevorzugen. Das D-Schwein geht mit Sicherheit zum Futter, falls $5 - 5p > 3 - 2p \Leftrightarrow p < \frac{2}{3}$. Falls $p = \frac{2}{3}$, ist das D-Schwein indifferent. Die Menge der Nash Gleichgewichte, in denen das U-Schwein bereit ist zu Mischen lautet:

$$(p, F) \text{ mit } p \leq \frac{2}{3}$$

Mit denen in d) genannten gibt es keine anderen Nash Gleichgewichte.

Lösung zu Aufgabe 2

a) Spielbaum:



b) Teilspiele: das gesamte Spiel, alle Entscheidungen nach S und alle Entscheidungen nach 0.

c)

$$S_A = \{1L1L, 1Le^*, e^*1L, e^*e^*\}$$

wobei das erste Element einer Strategie von Anne diejenige Aktion ist, welche sie nach dem Rasieren des Schnurrbarts wählt und das zweite Element diejenige Aktion, welche sie andernfalls wählt.

$$S_B = \{S1L1L, S1Le^*, Se^*1L, Se^*e^*, 01L1L, 01Le^*, 0e^*1L, 0e^*e^*\}$$

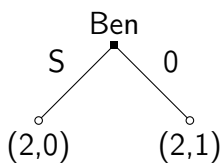
wobei das erste Element einer Strategie von Ben bezeichnet, ob Ben rasiert (S) oder nicht (0), das zweite Element bezeichnet die Aktion nach S und das dritte Element die Aktion nach 0.

d) alle Entscheidungen nach S: $(1L, 1L) \& (e^*, e^*) \rightarrow (u_A, u_B) = (2, 0) \& (1, 1)$

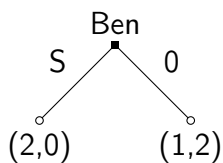
alle Entscheidungen nach 0: $(1L, 1L) \& (e^*, e^*) \rightarrow (u_A, u_B) = (2, 1) \& (1, 2)$

e)

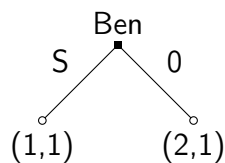
$(1L, 1L) \& (1L, 1L)$



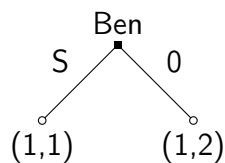
$(1L, 1L) \& (e^*, e^*)$



$(e^*, e^*) \& (1L, 1L)$



$(e^*, e^*) \& (e^*, e^*)$



f) Ja: (e^*1L, Se^*1L)

Lösung zu Aufgabe 3

a) Firma 1 maximiert über $q_1 \geq 0$:

$$\frac{1}{3}(54 - 2q_1 - 2q_2)q_1 + \frac{2}{3}\left(24 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2\right)q_1 - 4q_1 = (30 - q_1 - q_2)q_1$$

b) Bedingung erster Ordnung:

$$30 - 2q_1 - q_2 \leq 0 (= 0 \text{ falls } q_1 > 0) \Rightarrow q_1(q_2) = 15 - \frac{1}{2}q_2$$

c) Im Bayesianischen Gleichgewicht gilt $q_1 = 15 - \frac{1}{2}q_2$ und $q_2 = 15 - \frac{1}{2}q_1$. Die Lösung dieser Gleichungen lautet $q_1 = q_2 = 10$.

d) Firma 1 weiß nun, dass Firma 2 auf die ihr vorliegende Information konditionieren kann und q_2^L bzw. q_2^H wählt. Das Maximierungsproblem von Firma 1 lautet daher

$$\begin{aligned} \max_{q_1 \geq 0} \quad & \frac{1}{3}(54 - 2q_1 - 2q_2^H)q_1 + \frac{2}{3}\left(24 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2^L\right)q_1 - 4q_1 \\ & = \max_{q_1 \geq 0} \left(30 - q_1 - \frac{2}{3}q_2^H - \frac{1}{3}q_2^L\right)q_1 \end{aligned}$$

e) Zielfunktion von Firma 2 mit P^H :

$$\max_{q_2^H \geq 0} (50 - 2q_1 - 2q_2^H)q_2^H$$

Zielfunktion von Firma 2 mit P^L :

$$\max_{q_2^L \geq 0} \left(20 - \frac{1}{2}q_1 - \frac{1}{2}q_2^L\right)q_2^L$$

f) Reaktionsfunktion von Firma 1:

$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}q_2^H + \frac{1}{3}q_2^L\right)$$

Reaktionsfunktionen von Firma 2:

$$\begin{aligned} q_2^H &= \frac{25}{2} - \frac{1}{2}q_1 \\ q_2^L &= 20 - \frac{1}{2}q_1 \end{aligned}$$

Nicht gefragt:

Es gilt $\frac{2}{3}q_2^H + \frac{1}{3}q_2^L = 15 - \frac{1}{2}q_1$ und damit

$$q_1 = 15 - \frac{1}{2}\left(15 - \frac{1}{2}q_1\right) = \frac{15}{2} + \frac{1}{4}q_1 \Leftrightarrow q_1 = 10$$

und

$$\begin{aligned} q_2^H &= \frac{25}{2} - \frac{1}{2}10 = \frac{15}{2} \\ q_2^L &= 20 - \frac{1}{2}10 = 15 \end{aligned}$$