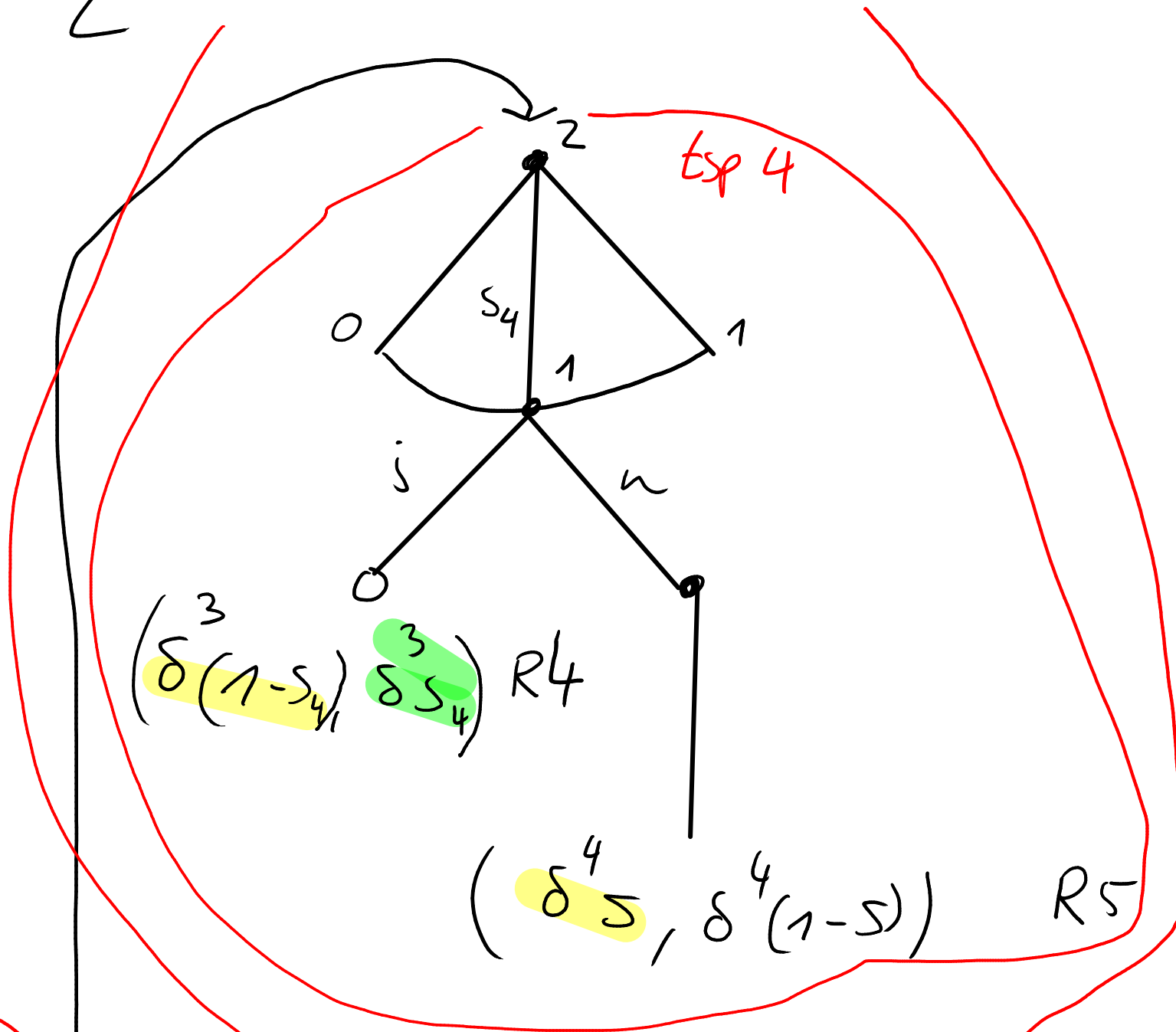
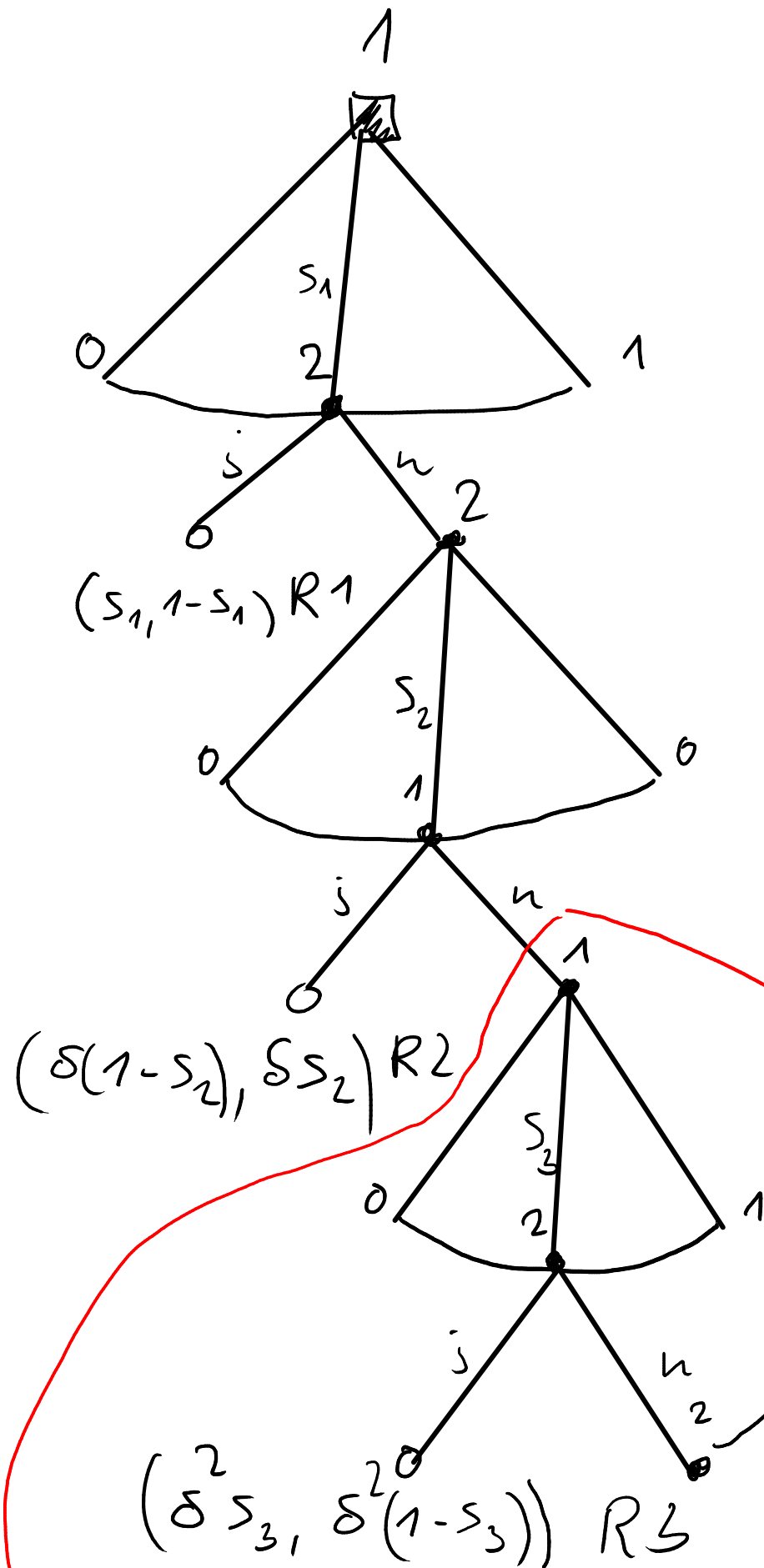


Übungsaufgaben zu Kapitel 2

#20

$$\begin{aligned}
 U_2(s_4^*) &= \delta^3 \cdot s_4^* \\
 &= \delta^3 \cdot (1 - \delta s)
 \end{aligned}$$



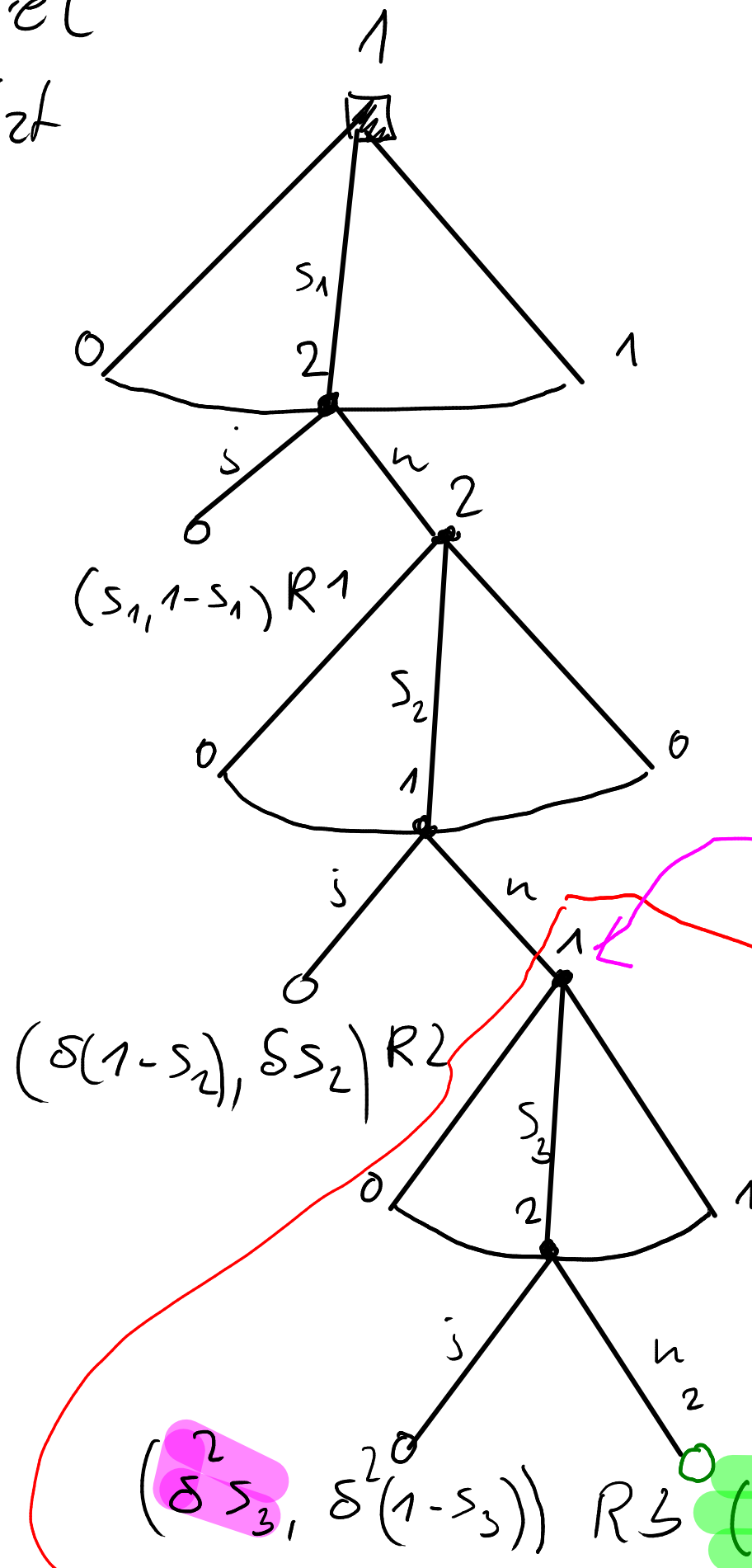
GGW-Bedingung für $tsp 4$:

$$\delta^3 (1 - s_4) = \delta^4 \cdot s$$

$$\Leftrightarrow 1 - s_4 = \delta s$$

$$\Leftrightarrow s_4^* = 1 - \delta s$$

reduziertes Spiel
 tsp wird ersetzt
 durch



GGW-Bedingung für tsp3
 $\delta^2(1-s_3) = \delta^3(1-\delta s)$

$$\Leftrightarrow 1-s_3 = \delta(1-\delta s)$$

$$\Leftrightarrow s_3^* = 1 - \delta(1-\delta s)$$

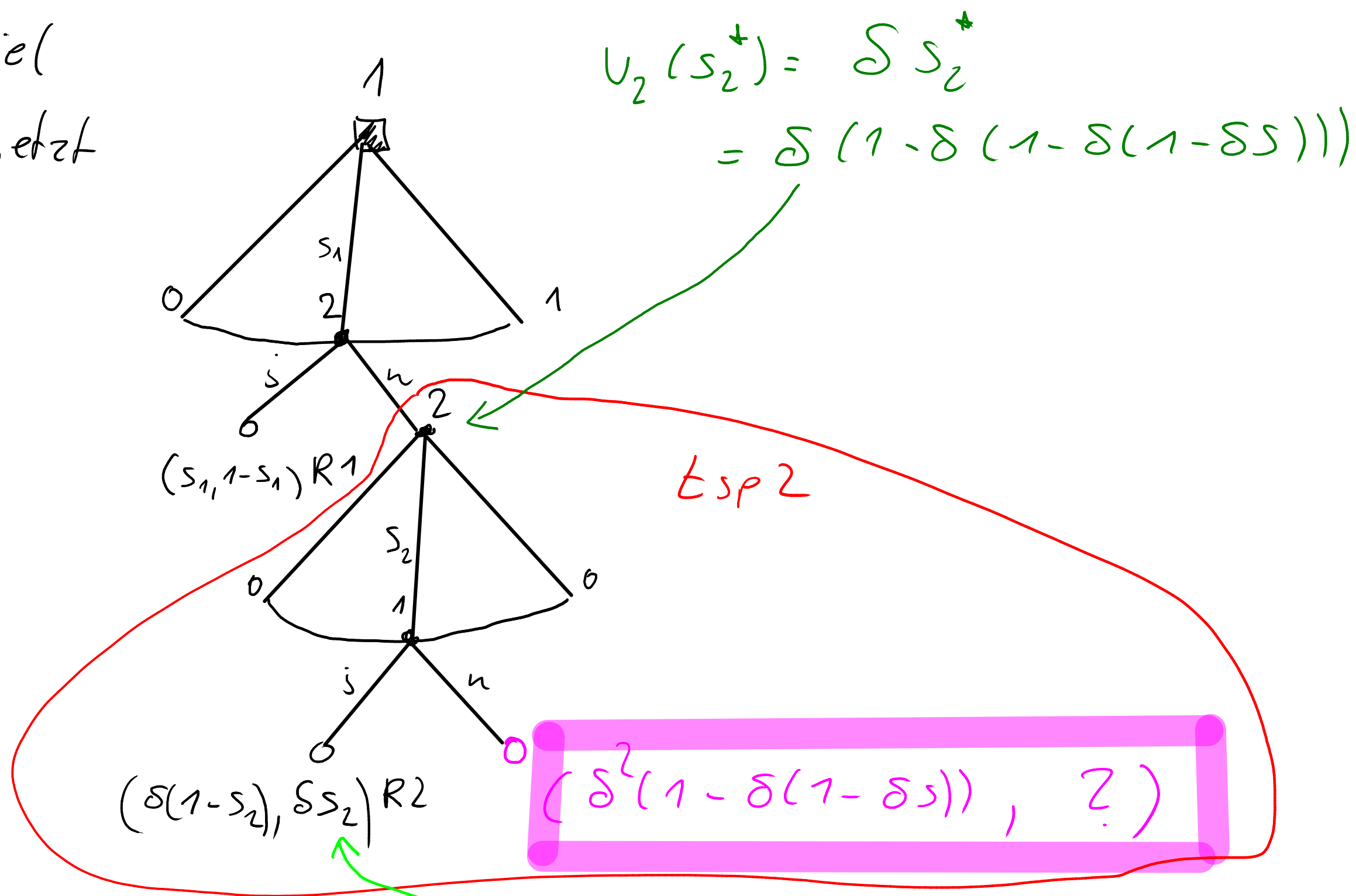
$$\Rightarrow U_1(s_3^*) = \delta^2 \cdot s_3 = \delta^2(1-\delta(1-\delta s))$$

tsp3

reduziertes Spiel

bsp 3 wird ersetzt

durch



GGW-Bedingung für tsp 2:

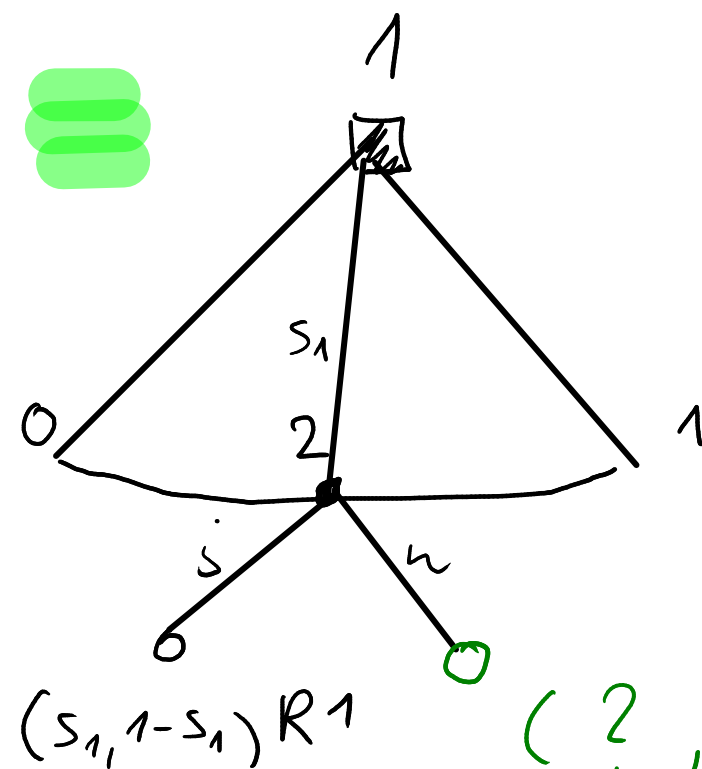
$$\delta(1 - s_2) = \delta^2(1 - \delta(1 - \delta s))$$

$$\Leftrightarrow 1 - s_2 = \delta(1 - \delta(1 - \delta s))$$

$$\Leftrightarrow s_2^* = 1 - \delta(1 - \delta(1 - \delta s))$$

reduziertes Spiel:

tsp 2 ersetzt durch 



$$(s_1, 1-s_1) R1 \quad (? , \delta(1-\delta(1-\delta(1-\delta s))))$$

GGW-Bedingung für tsp 1

$$1-s_1 = \delta(1-\delta(1-\delta(1-\delta s)))$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow s_1^* &= 1 - \delta(1-\delta(1-\delta(1-\delta s))) \\ &= 1 - \delta + \delta^2 - \delta^3 + \delta^4 \cdot s \end{aligned}$$

Aufgabenstellung:

$$\delta = 0,75 = \frac{3}{4}$$

$$s_1^* = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot s$$

$$\frac{1}{2} = 1 - \frac{3}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 + \left(\frac{3}{4}\right)^4 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{128}{256} = \frac{256}{256} - \frac{3 \cdot 64}{256} + \frac{9 \cdot 16}{256} - \frac{27 \cdot 4}{256} + \frac{81}{256} \cdot 5$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 128 &= \underbrace{256 - 192}_{64} + \underbrace{144 - 108}_{36} + 81 \cdot 5 \\ 128 &= 64 + 36 + 81 \cdot 5 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 128 = 100 + 81 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow 28 = 81 \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{81} = 5 \quad \checkmark$$

21

$B \succ_2 C \succ_2 D \succ_2 A$

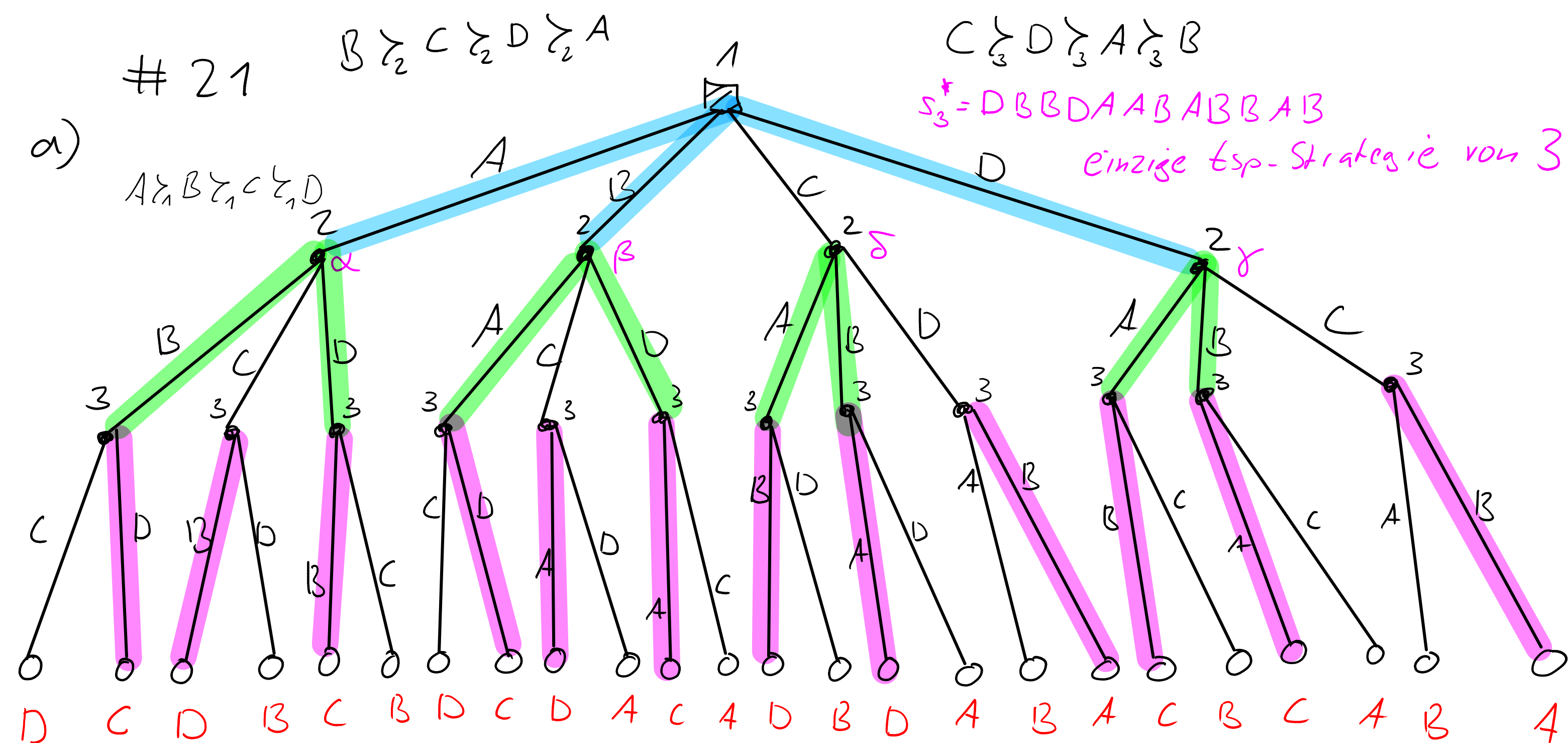
$C \succ_3 D \succ_3 A \succ_3 B$

$S_3^* = DBBDAABABBAAB$

einzigste Esp-Strategie von 3

a)

$A \succ_1 B \succ_1 C \succ_1 D$



b) $S_1' = \{A, B, C, D\}, |S_1'| = 4 \quad |S_3'| = 2^{12} = 4096$

$S_2' = \{ \alpha: D, \beta: A, \delta: A, \gamma: A, DAAA, BAAA, CAAA, DAAB, BAAB, CAAB, \dots, DDDC \}$

$|S_2'| = 2^4 = 16$

c) esp Strategien von 2 (beste Antworten auf s_3^*)

$$S_2^* = \{ B A A A, B A A B, B A B A, B A B B, \\ \dots, D D B A, D D B B \}$$

$$|S_2^*| = 2^4 = 16$$

$$S_3^* = \{ A, B, D \}, \quad |S_3^*| = 3$$

$$R_{IE} = \{ A B D, A D B, B A D, B D A, D A B, D B A \}$$

$$\# R_{IE} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

tsp-NGGs

werden in Strategien definiert

$$s_1^* \in S_1^* = \{A, B, D\}$$

$$s_2^* \in S_2^* = \{BAAA, \dots, DD BBB\}$$

$$s_3^* = DBBDAABABAB$$

Anzahl der tsp NGGs: $|S_1^*| \cdot |S_2^*| \cdot |S_3^*| = 3 \cdot 16 \cdot 1 = 48$

NGGs

Betrachte $\tilde{s}_3 = DBBDDABABAB$

Gegeben, dass s_2^*, s_1^* gespielt wird, wird auch mit $\tilde{s}_3$

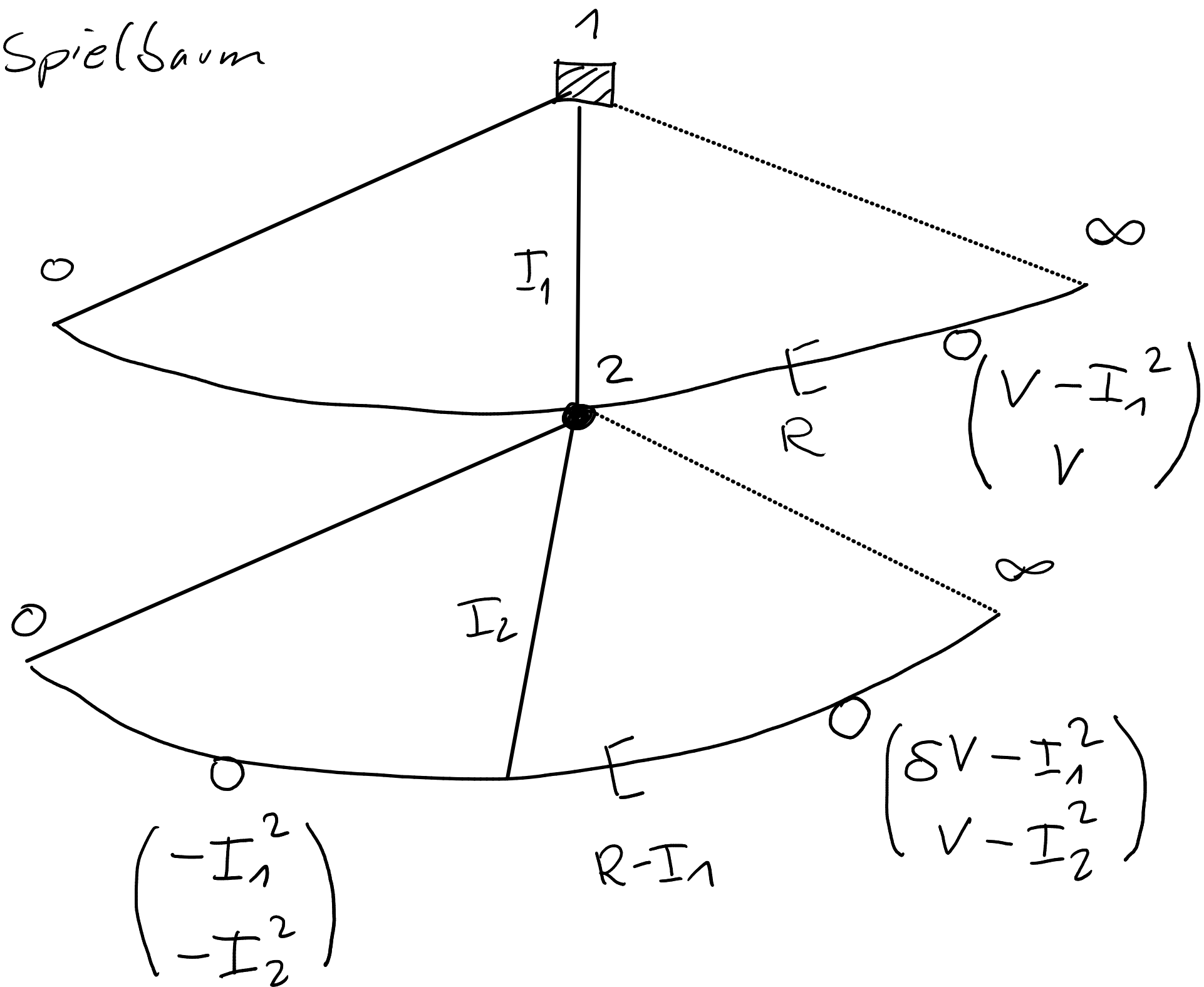
kandidat C gewählt, $\tilde{s}_3$ ist beste Antwort auf s_1^*, s_2^* .

s_2^* ist auch beste Antwort auf $\tilde{s}_3$.

s_1^* ist auch beste Antwort auf $s_2^* \& \tilde{s}_3$ $\Rightarrow s_1^*, s_2^*, \tilde{s}_3$ NGG

#22

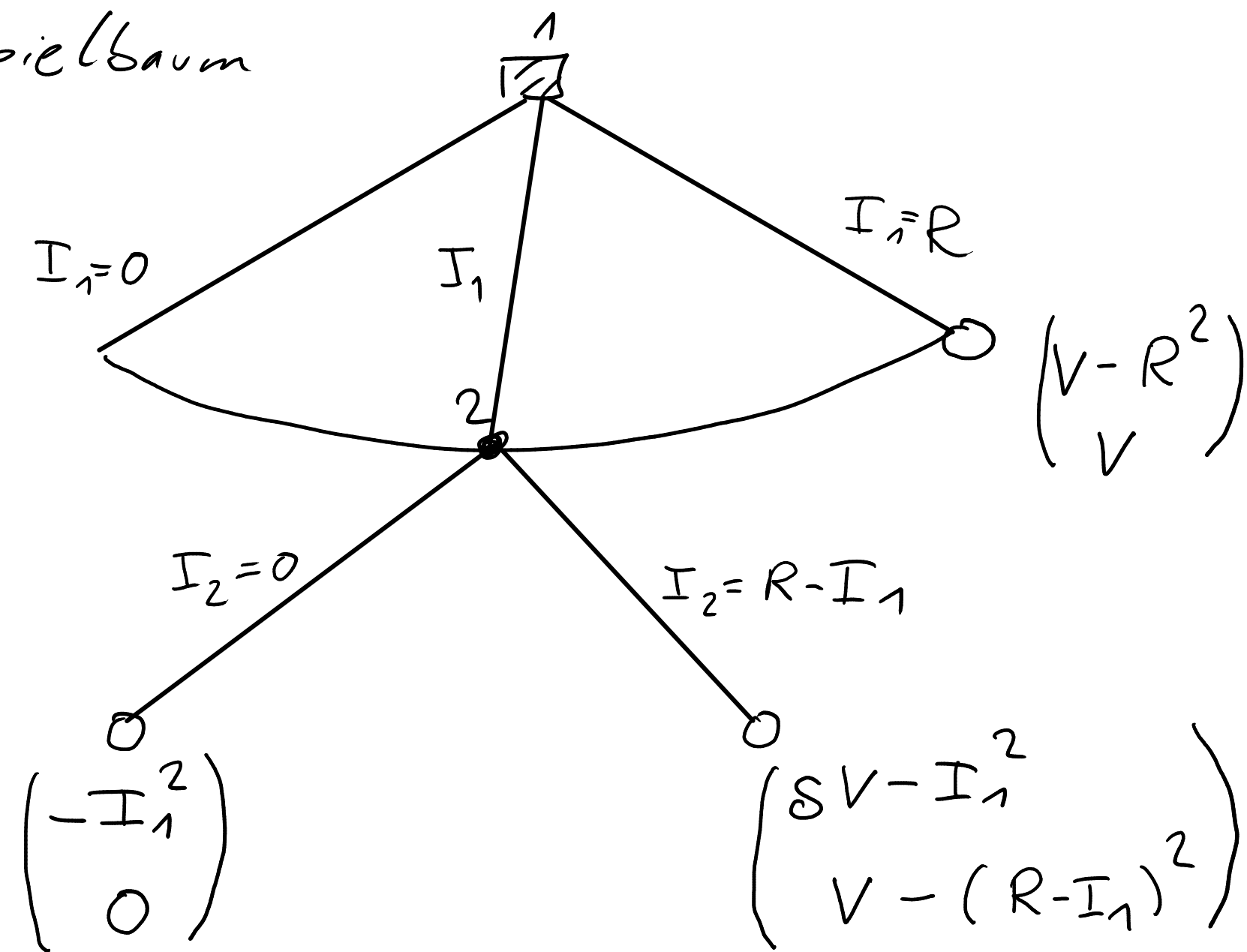
Spielbaum



$$\begin{aligned} \pi_2(I_1 < R, \\ 0 < I_2 < R - I_1) \\ &= -I_2^2 < 0 \\ &= \pi_2(I_1 < R, I_2 = 0) \\ 0 < I_2 < R - I_1 \\ &\text{ist strikt} \\ &\text{schlechter} \\ &\text{als } I_2 = 0 \end{aligned}$$

Beobachtung: $\pi_1(I_1 > R) = V - I_1^2 < V - R^2 = \pi_1(I_1 = R)$
 $\Rightarrow I_1 > R$ ist strikt durch $I_1 = R$ dominiert
 $\pi_2(I_2 > R - I_1) = V - I_2^2 < V - (R - I_1)^2 = \pi_2(I_2 = R - I_1)$
 $I_2 > R - I_1$ ist strikt schlechter als $I_2 = R - I_1$

reduzierter Spielbaum



Rückwärtsinduktion: optimale Entscheidung von 2

$$\pi_2(I_1 < R, I_2 = 0) = 0 < V - (R - I_1)^2 = \pi_2(I_1 < R, I_2 = R - I_1)$$

$$\Leftrightarrow (R - I_1)^2 < V$$

$$\Leftrightarrow R - I_1 < \sqrt{V}$$

$$\Leftrightarrow R - \sqrt{V} < I_1$$

Beste Antwort von 2 auf $I_1 < R$:

$$I_2^*(I_1) = \begin{cases} 0 & \text{falls } I_1 < R - \sqrt{V} \\ \{0, R - I_1\} & \text{falls } I_1 = R - \sqrt{V} \\ R - I_1 & \text{falls } I_1 > R - \sqrt{V} \end{cases}$$

Fall 1

$$I_2^*(I_1) = \begin{cases} 0 & \text{falls } I_1 \leq R - \sqrt{V} \\ R - I_1 & \text{falls } I_1 > R - \sqrt{V} \end{cases}$$

Fall 2

$$I_2^*(I_1) = \begin{cases} 0 & \text{falls } I_1 < R - \sqrt{V} \\ R - I_1 & \text{falls } I_1 \geq R - \sqrt{V} \end{cases}$$

Fall 1

$$I_2^*(I_1) = \begin{cases} 0 & \text{falls } I_1 \leq R - \sqrt{V} \\ R - I_1 & \text{falls } I_1 > R - \sqrt{V} \end{cases}$$

$$\pi_1(I_1 < R, I_2^*(I_1)) = \begin{cases} -I_1^2 & \text{falls } I_1 \leq R - \sqrt{V} \\ \delta V - I_1^2 & \text{falls } I_1 > R - \sqrt{V} \end{cases}$$

$(I_1 + I_2 < R)$
 $\rightarrow I_1 = 0, \pi_1 = 0$

$(I_1 + I_2 = R)$
 $\rightarrow$ kein bestes I_1 , kein Maximum
 Supremum: $\delta V - (R - \sqrt{V})^2$

$$\pi_1(I_1 = R, I_2^*(I_1)) = V - R^2$$

$I_1 = 0$ ist beste Antwort auf $I_2^+(I_1)$ (Fall 1)

$$\text{falls } 0 \geq \delta V - (R - \sqrt{V})^2 \quad (1)$$

$$\text{und } 0 \geq V - R^2 \quad (2)$$

$$(1) \Leftrightarrow (R - \sqrt{V})^2 \geq \delta V \Leftrightarrow |R - \sqrt{V}| \geq \sqrt{\delta V}$$

$$R \geq \sqrt{V} : \quad R \geq \sqrt{V} + \sqrt{\delta V} = \sqrt{V} (1 + \sqrt{\delta})$$

$$(2) \Leftrightarrow R^2 \geq V \Leftrightarrow R \geq \sqrt{V}$$

$$\text{falls } R \geq \sqrt{V} (1 + \sqrt{\delta}) \Rightarrow I_1^+ = 0$$

$$R \geq \sqrt{V} \quad I_2^+(I_1=0) = 0 \quad \Rightarrow \quad \pi_1 = 0$$

$$R < \sqrt{V} \quad I_2^+(I_1=0) = R - 0 = R \quad \Rightarrow \quad \pi_1 = \delta V$$

$I_1 = R$ ist beste Antwort, falls

$$\bullet \quad V - R^2 \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad V \geq R^2 \quad (\Leftrightarrow) \quad R \leq \sqrt{V}$$