

Kapitel 3: Statische Spiele unter unvollständiger Information

Wahrscheinlichkeiten

Die folgenden Aufgaben wurden dem Buch „Fun and Games“ von Ken Binmore entnommen.

Aufgabe 1

John glaubt, dass der Demokrat die Präsidentschaftswahl mit Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{8}$ gewinnt. Mary glaubt, dass der Republikaner mit Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{4}$ gewinnt. Keine:r von beiden gibt dritten Kandidaten eine Chance. Sie einigen sich darauf 10\$ auf den Wahlausgang zu wetten: John wird Mary 10\$ bezahlen, falls der Republikaner gewinnt und Mary wird John 10\$ bezahlen, falls der Demokrat gewinnt.

- a) Welchen Gewinn erwartet John?
- b) Welchen Gewinn erwartet Mary?
- c) Wie könntest Du mit einem sicheren Gewinn rechnen, wenn Du mit John und Mary eine Wette eingehst, die aus ihrer jeweiligen Sicht eine nichtnegative Gewinnerwartung hat?

Aufgabe 2

Die folgende Tabelle zeigt die Wahrscheinlichkeiten der vier Paare (a,c) , (a,d) , (b,c) und (b,d) :

	c	d
a	0,01	0,09
b	0	0,9

Die Zufallsvariable x kann entweder die Werte a oder b annehmen. Die Zufallsvariable y kann entweder die Werte c oder d annehmen.

Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

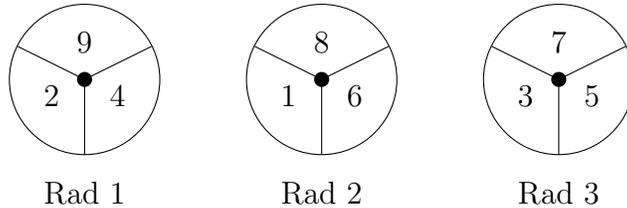
- a) $\mathbb{P}(x = a)$
- b) $\mathbb{P}(y = c)$
- c) $\mathbb{P}(x = a \text{ und } y = c)$
- d) $\mathbb{P}(x = a \text{ oder } y = c)$
- e) $\mathbb{P}(x = a | y = c)$
- f) $\mathbb{P}(y = c | x = a)$

Aufgabe 3

Die n Länder der Welt haben die Bevölkerungszahlen M_1, M_2, \dots, M_n . Die Anzahlen der linkshändigen Personen in den jeweiligen Ländern lauten L_1, L_2, \dots, L_n .

- a) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Weltbevölkerung gezogene Person linkshändig ist und aus dem ersten Land kommt?
- b) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus der Weltbevölkerung gezogene linkshändige Person aus dem ersten Land kommt?
- c) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig aus Land 1 gezogene Person linkshändig ist?

Aufgabe 4



Anne beginnt das Spiel in dem sie sich ein Rad aussucht und es dreht. Während sich das von Anne gewählte Rad dreht, sucht sich Bob eines der anderen beiden Räder aus und dreht es ebenfalls. Die Person, dessen Rad bei der höheren Nummer stehen bleibt, gewinnt und die andere Person verliert.

- Wenn Anne Rad 1 wählt und Bob Rad 2 ist das Resultat eine Lotterie p_{12} . Was ist der Wert von p_{12} ? (Nehme an, dass sich die Räder unabhängig drehen.)
- Zeichne einen Spielbaum dieses Spiels.
- Zeichne einen reduzierten Spielbaum ohne Zufallszüge.
- Zeige, dass Bob mit Wahrscheinlichkeit $\frac{5}{9}$ gewinnt, wenn beide Spieler:innen optimal entscheiden.