

Konzentrationsungleichungen

Übungsblatt 9

TU Dortmund, Sommersemester 2021

Prof. Dr. Ivan Veselić

Übung 1. Seien X_1, \dots, X_n unabhängige Zufallsvariablen, die fast sicher paarweise verschiedene Werte annehmen. Dann sei $L(X_1, \dots, X_n)$ die Länge der längsten aufsteigenden Teilfolge von X_1, \dots, X_n , d.h. das größte $m \in \mathbb{N}$, sodass es natürliche Zahlen $i_1 < i_2 < \dots < i_m$ gibt, sodass $X_{i_1} < X_{i_2} < \dots < X_{i_m}$. Zeigen sie, dass $\text{Var}(L(X_1, \dots, X_n)) \leq \mathbb{E}(L(X_1, \dots, X_n))$

Beweis. Die Eigenschaft "aufsteigend" einer Folge von Zahlen ist erblich, da auch jede Teilfolge einer aufsteigenden Folge aufsteigend ist. Somit ist L eine Konfigurationsfunktion und nach Korollar 3.12 ist somit $L(X_1, \dots, X_n)$ selbstbeschränkend und es folgt $\text{Var}(L(X_1, \dots, X_n)) \leq \mathbb{E}(L(X_1, \dots, X_n))$ \square

Abgabe bis zum 21.06.2021