

Analysis 2

Blatt 9

Abgabe bis Dienstag, 23. Juni 2020, 14:00 Uhr

Aufgabe 1.

(5 Punkte)

Bestimmen Sie eine Lösung $y = y(x)$ der Differentialgleichung

$$y' = \frac{x - y}{x + y}, \quad x + y > 0, \quad y(0) = 1.$$

Aufgabe 2 (Trennung der Variablen).

(2+2+2=6 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils eine Lösung $y = y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen:

$$(a) \quad y' = \frac{2y}{x}, \quad y(x_0) = y_0, \quad (b) \quad y' = e^y \cos x, \quad y(0) = y_0,$$

$$(c) \quad y' = \frac{1}{y} \sqrt{1 - y^2}, \quad y(0) = y_0.$$

Aufgabe 3 (Substitution).

(2+2=4 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils eine Lösung $y = y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen:

$$(a) \quad y' = (x + y)^2, \quad (b) \quad y' + y + (\sin x + e^x)y^3 = 0, \quad y > 0.$$

Verwenden Sie für (a) die Substitution $z = x + y$ und für (b) $z = \frac{1}{y^2}$.

Aufgabe 4 (Radioaktiver Zerfall).

(5 Punkte)

Ein radioaktives Nuklid N zerfällt nach dem Gesetz

$$-N'(t) = \lambda N(t),$$

wobei $\lambda > 0$ die Zerfallskonstante und $N(t)$ die Anzahl der Atome zur Zeit t ist. ein Zerfallsprodukt M sei wieder radioaktiv mit der Zerfallskonstanten $\mu > 0$, $\mu \neq \lambda$. Dann gilt für $M(t)$ die Differentialgleichung

$$M'(t) = \lambda N(t) - \mu M(t).$$

Bestimmen Sie $M(t)$.