

---

# 10. Übung zur Vorlesung Gruppentheorie in der Physik

---

*Sommersemester 19*

Abgabe Do 4.Juli 2019

**(18) Roots I (10 P)**

- (a) Berechnen Sie  $[E_p, E_q]$  mit  $p, q = 1 \dots n - l$ .
- (b) Diskutieren Sie Ihr Ergebnis der Teilaufgabe a für den Fall der  $\mathfrak{su}(2)$  und der  $\mathfrak{su}(3)$ .

Die Notation sei wie in der Vorlesung:  
Die Basis der Lie Algebra  $\mathcal{L}$  ist gegeben als

$$\{H_1 \dots H_l, E_1 \dots E_{n-l}\}$$

wobei die  $H_i$  mit  $i = 1 \dots l$  die Elemente der Cartan Algebra sind und die  $E_j$  mit  $j = 1 \dots n - l$  so gewählt sind, dass

$$[H_i, E_j] = \alpha_j(H_i)E_j.$$

$l$  ist also der Rang der Algebra  $\mathcal{L}$  und  $n$  die Dimension der Algebra  $\mathcal{L}$ .

Hinweis: Es ist nötig eine Fallunterscheidung zu machen.

**(18) Roots II (10 P)**

Wählen Sie eine einfache Lie-Algebra  $\mathcal{L}$  ( bitte nicht die  $\mathfrak{su}(2)$  oder  $\mathfrak{su}(3)$  ).

- (a) Bestimmen Sie die Cartan'sche Unteralgebra,
- (b) die adjungierte Darstellung
- (c) und die Weight- und die Root-Vektoren von  $\mathcal{L}$ .