Ausgabe: 22.01.2019
Abgabe: 30.01.2019, 12:00 Uhr

Ute Löw

Aufgabe 21: Green'sche Funktion einer Punktladung

10 Punkte

In der folgenden Aufgabe soll nochmals der Zusammenhang

$$\Delta \frac{1}{r} = -4\pi \cdot \delta^3(\vec{r}) \quad (1)$$

hergeleitet werden. Berechnen Sie dafür zunächst $\vec{\nabla} \frac{1}{r}$. Wenden Sie anschließend den Satz von Gauß an, indem Sie über eine Kugeloberfläche integrieren. Berechnen Sie ebenfalls $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \frac{1}{r})$ für $\vec{r} \neq \vec{0}$.

Aufgabe 22: Aus B mach E

10 Punkte

Anmerkung: Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Präsenzaufgabe. Um die Punkte zu erhalten, muss die Aufgabe in den Übungen sinnvoll bearbeitet werden.

Um das elektromagnetische Feld in der vierdimensionalen Raumzeit auszudrücken, verwendet man den elektromagnetischen Feldstärketensor:

$$F^{\mu\nu} = \left[\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{c}E_x & -\frac{1}{c}E_y & -\frac{1}{c}E_z \\ \frac{1}{c}E_x & 0 & -B_z & B_y \\ \frac{1}{c}E_y & B_z & 0 & -B_x \\ \frac{1}{c}E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \right]^{\mu\nu}. \quad (2)$$

Verwenden Sie die Relation

$$F'^{\alpha\beta} = \Lambda^\alpha_\mu \Lambda^\beta_\nu F^{\mu\nu}, \quad (3)$$

um das Transformationsverhalten für das E - und B -Feld herzuleiten. Es wird die Summenkonvention verwendet. Nutzen Sie einen Boost entlang einer Koordinatenachse, zum Beispiel der x -Achse.
Kontrollergebnis:

$$\vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel} \quad (4)$$

$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel} \quad (5)$$

$$\vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})_{\perp} \quad (6)$$

$$\vec{B}'_{\perp} = \gamma(\vec{B} - \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E})_{\perp} \quad (7)$$