

Ausgabe: 18.12.2018
Abgabe: 09.01.2019, 12 Uhr

Ute Löw

Aufgabe 23: Navier-Stokes

10 Punkte

Ein zylinderförmiger Stab mit Radius R_1 bewegt sich mit der Geschwindigkeit u parallel zu seiner Achse in einem zu ihm koaxialen zylinderförmigen Rohr mit Radius R_2 . Der Raum zwischen dem Stab und dem Rohr ist mit einer inkompressiblen Flüssigkeit gefüllt. Die Strömung ist stationär. Wählen Sie an das Problem angepasste Zylinderkoordinaten (r, θ, z) . Sie können davon ausgehen, dass die Geschwindigkeit \vec{v} der Flüssigkeit nur von dem radialen Abstand von der Symmetrieachse abhängt und immer in z -Richtung zeigt (siehe Abbildung 1).

- a) Welche Gleichung für v_z erhalten Sie ausgehend von der Navier-Stokes-Gleichung?
- b) Welche Randbedingungen gelten? D.h. geben Sie $v_z(r = R_1)$ und $v_z(r = R_2)$ an.
- c) Lösen Sie die Navier-Stokes-Gleichung für diesen Fall. D.h. berechnen Sie $v_z(r)$.

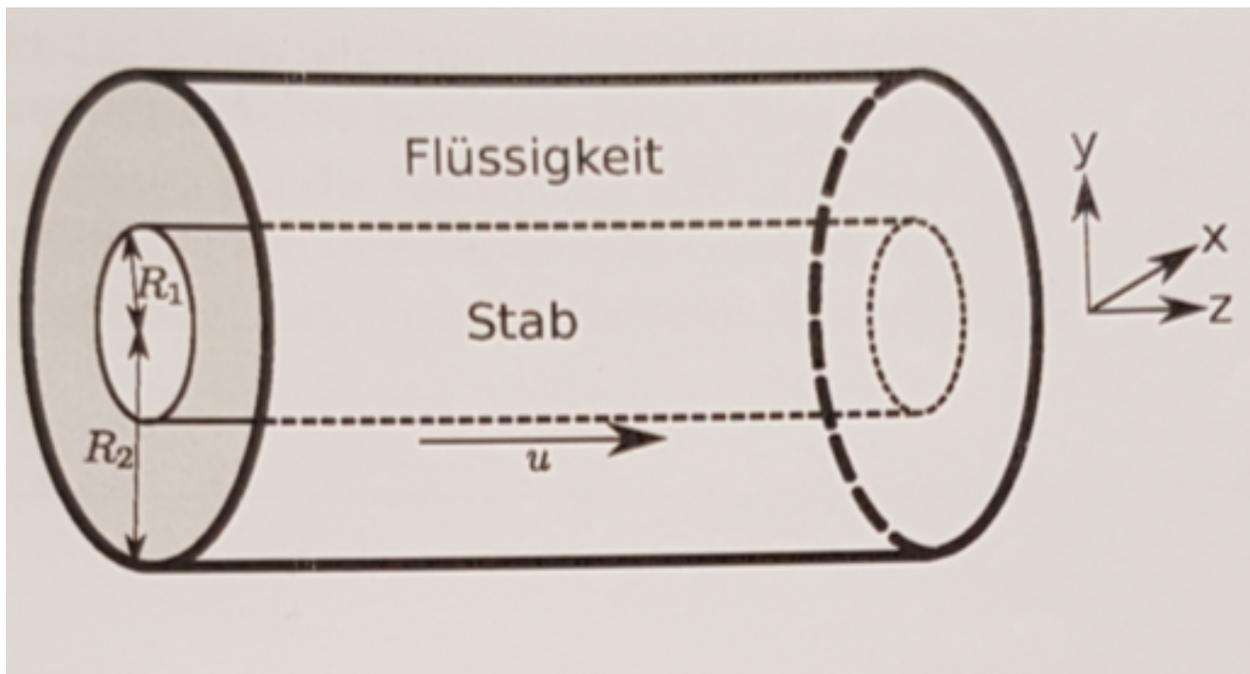


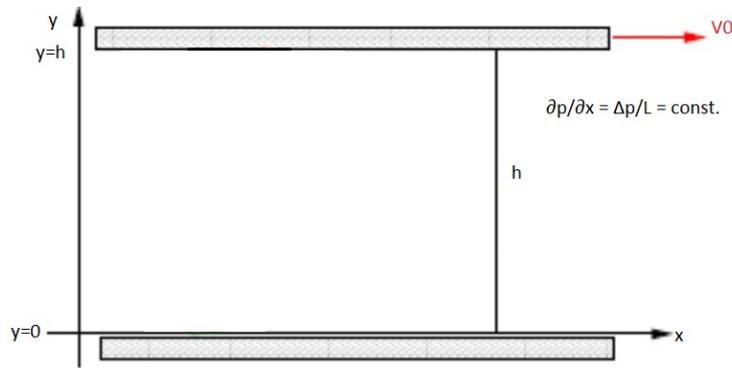
Abbildung 1: Navier-Stokes.

Aufgabe 24: Die Couette-Poiseuille-Strömung

10 Punkte

Zwischen zwei Platten im Abstand h fließt eine viskose, homogene und inkompressible Flüssigkeit in die positive x -Richtung. Der Flüssigkeitsstrom kommt dadurch zustande, dass über die Distanz L ein Druckgradient $\Delta p < 0$ in Fließrichtung anliegt und zusätzlich die obere Platte (bei $y = h$) mit der Geschwindigkeit v_0 in die positive x -Richtung gezogen wird. Die untere Platte ruht. Die Situation ist in der untenstehenden Abbildung dargestellt.

Gehen Sie davon aus, dass die Strömung stationär ist und dass die Gravitation vernachlässigbar ist.



a) Gehen Sie von den Navier-Stokes-Gleichungen in kartesischen Koordinaten aus und diskutieren Sie, welche Komponenten dieser Gleichungen sich zu Null ergeben.

b) Berechnen Sie nun das Geschwindigkeitsfeld $v_x(y)$ mit Hilfe der Annahmen aus der Aufgabenstellung und den Randbedingungen bei $y = 0$ und $y = h$.

c) Betrachten Sie nun die beiden folgenden Grenzfälle getrennt voneinander:

1. $\Delta p = 0$
2. $v_0 = 0$

Geben Sie für beide Fälle das jeweilige Geschwindigkeitsfeld $v_x(y)$ an und skizzieren Sie die Strömung. Betrachten Sie dabei wie in der obigen Abbildung nur die x-y-Ebene, zeichnen Sie die Platten und die Randbedingungen ein.

Aufgabe 25: Bonusaufgabe: Die Maxwell-Gleichungen

10 Punkte

a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(r)$ eines unendlich langen aufgeladenen Isolators mit Liniensladungsdichte $\lambda = \frac{q}{L}$. Der Isolator hat die Form eines Drahtes und liegt parallel zur z-Richtung.

b) Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}(r)$ eines unendlich langen Drahtes mit Radius r_0 , der ebenfalls parallel zur z-Achse liegt und durch den ein elektrischer Strom I fließt. Betrachten Sie auch das Feld innerhalb des Drahtes.

c) Berechnen Sie das Magnetfeld auf der Verbindungslinie zweier gerader, unendlich langer Leiter, welche im Abstand d parallel zueinander verlaufen, wenn

1. durch sie jeweils ein elektrischer Strom I fließt.
2. durch sie die Ströme $+I$ und $-I$ fließen.

Berechnen Sie außerdem für beide Fälle die Kraft pro Länge mit der sich die Leiter abstoßen, beziehungsweise anziehen.