

Ausgabe: 11.12.2018
Abgabe: 19.12.2018, 12:00 Uhr

Ute Löw

Aufgabe 21: Bernoulli-Gleichung

8 Punkte

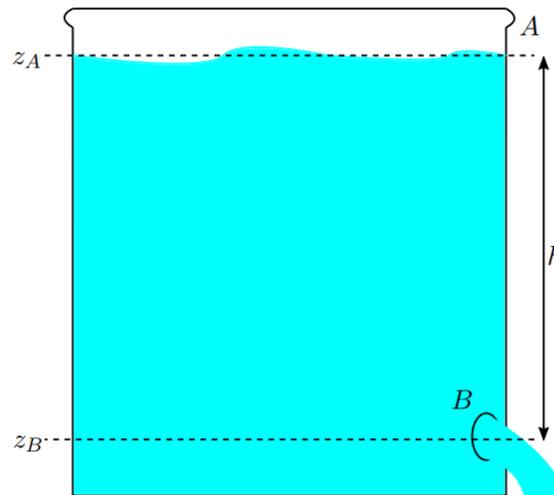


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Wassertanks.

- a) Betrachten Sie einen Wassertank gemäß Abbildung 1, der ein kleines Loch im Abstand h unterhalb der Wasseroberfläche hat. Dabei bezeichne A die Grundfläche des zylinderförmigen Tanks und B die Fläche des Lochs. Der Tank ist bis zur Höhe z_A mit Wasser gefüllt, der Mittelpunkt des Lochs liege auf der Höhe z_B . Berechnen Sie mit Hilfe des Bernoulli-Gesetzes die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus dem Loch herausströmt und vergleichen Sie diese mit der Geschwindigkeit, die das Wasser aus einer Höhe h beim freien Fall hätte.
- b) Nehmen Sie an, dass innerhalb einer Wasserleitung das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $v = 30 \text{ km h}^{-1}$ zirkuliert und innerhalb der Wasserleitung ein Binnendruck von $p = 4 \text{ bar}$ herrscht. Das Wasser werde bis zu $h = 10 \text{ m}$ in einem Haus hochgepumpt. Bei einer Höhe von $z = 3 \text{ m}$ habe diese Wasserleitung ein Leck. Berechnen Sie die Geschwindigkeit, mit der das Wasser aus der Leitung herausströmt.

Aufgabe 22: Poisson-Klammern

12 Punkte

- a) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern

$$\{L_i, p_j\},$$

die aus den (kartesischen) Komponenten des Impulses \vec{p} und des Drehimpulses $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ eines Massenpunktes gebildet sind.

b) Bestimmen Sie die Poisson-Klammern

$$\{L_i, L_j\},$$

die aus den Komponenten von \vec{L} bestehen.

c) Berechnen Sie

$$\{\vec{L}^2, L_i\}$$

mit $i \in \{x, y, z\}$, wobei $\vec{L}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ ist.

Tipp: Verwenden Sie das Ergebnis aus b).

d) Zeigen Sie mit Hilfe von Poissonklammern, dass wenn zwei Komponenten von \vec{L} erhalten sind, dies auch für die dritte gilt. L_x, L_y und L_z sollen nicht explizit zeitabhängig sein.