technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. Ivan Veselić

Dr. Albrecht Seelmann

8. Übungsblatt zur Vorlesung

Analysis III

im Wintersemester 2018/19

Aufgabe 15) (Reihenwerte)

Berechnen Sie mit Hilfe der Substitution $x = u-v$ und $y = u+v$ das Integral $\int_{(0,1)^2} \frac{1}{1-xy}\,\mathrm{d}(x,y)$ und folgern Sie damit den Reihenwert

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Tipp: Satz von Fubini und geschickte eindimensionale Substitution.

Aufgabe 16) (Flächeninhalte)

Seien $a, b, p, q \in \mathbb{R}$ mit $0 < a < b$ und $0 < p < q$. Durch die Menge

$$M := \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid px \leq y^2 \leq qx\,,\ ay \leq x^2 \leq by\}$$

wird ein krummlinig berandetes Viereck $M \subset \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ beschrieben. Skizzieren Sie M und berechnen Sie seinen Flächeninhalt mittels einer geeigneten Transformation.

Vortragsthemen für die Übungen am 5. bzw. 6. Dezember 2018:

Vortrag 15) (Transformationsformel)

Vergleichen Sie die Transformationsformel für Lebesgue-Integrale auf einem Intervall $[a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, mit der aus Analysis I bekannten Substitutionsformel. Gehen Sie hierbei insbesondere auf die jeweiligen Voraussetzungen ein. Warum kommt bei der Formel nach Riemann kein Betrag vor?

Vortrag 16) (Die Neilsche Parabel)

Zeigen Sie, dass die Neilsche Parabel $N := \{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid y^3 = x^2\}$ zwar lokal euklidisch mit Dimension 1 ist, aber keine C^1-Mannigfaltigkeit darstellt.

Abgabe bis Montag, den 3. Dezember 2018, um 14 Uhr in die Übungskästen.