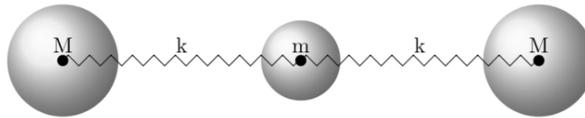


Ausgabe: 13.11.2018
Abgabe: 21.11.2018, 12:00 Uhr

Ute Löw

Aufgabe 10: CO₂ und Lagrange

2 Punkte



Betrachten Sie erneut das CO₂-Molekül aus Aufgabe 8. Stellen Sie für dieses die Lagrange-Funktion \mathcal{L} auf und bestimmen Sie mittels Euler-Lagrange-Gleichung

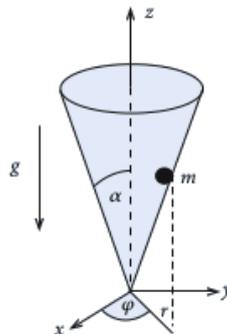
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \quad (1)$$

die Bewegungsgleichungen.

Aufgabe 11: Massenpunkt im Kreiskegel

8 Punkte

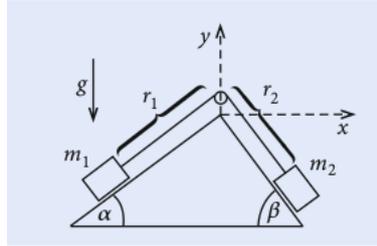
Ein punktförmiges Teilchen der Masse m bewegt sich reibungsfrei auf der Innenseite eines Kreiskegels mit dem Öffnungswinkel 2α unter dem Einfluss der Schwerkraft.



- Wie viele Freiheitsgrade hätte das System ohne Zwangsbedingungen? Wie viele bleiben nach Berücksichtigung der Zwangsbedingungen übrig? Geben Sie die Zwangsbedingungen an.
- Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten. Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und leiten Sie die Bewegungsgleichungen (Lagrangegleichungen) her.
- Welche Koordinate ist zyklisch? Ist \mathcal{L} explizit zeitabhängig? Welche Größen sind demnach erhalten?

Aufgabe 12: Gekoppelte Massen auf der schiefen Ebene**10 Punkte**

Zwei Massen m_1 und m_2 sind über ein Seil der Länge l miteinander verbunden. Die Masse m_1 befindet sich auf einer schiefen Ebene mit dem Winkel α , die Masse m_2 auf einer schiefen Ebene mit dem Winkel β . Auf beide Massen wirkt die Erdbeschleunigung $\vec{a} = -g \cdot \vec{e}_y$.



- Geben Sie alle Zwangsbedingungen sowie die Art der Zwangsbedingungen an.
- Bestimmen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems und geben Sie die generalisierten Koordinaten q_i an. Transformieren Sie die Koordinaten $x_i \rightarrow x_i(q_i)$.
- Stellen Sie die Lagrange-Funktion \mathcal{L} des Systems auf. Bestimmen Sie aus ihr die Bewegungsgleichungen und lösen Sie diese.
- Ermitteln Sie die Bedingung, unter der das System im Gleichgewicht ist.