

3. Hausaufgabenblatt
Sonderkurs zur Analysis I
im Wintersemester 2017/18

Präsenzaufgabe A) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} (x(a^{\frac{1}{x}} - 1))$ für alle positiven reellen Zahlen $a > 0$.

Präsenzaufgabe B) Berechnen Sie $\lim_{x \nearrow \pi/2} (\cos x)^{x - \pi/2}$.

Präsenzaufgabe C) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$.

Aufgabe 1) (4 Punkte)

Man bestimme die reellen Konstanten α und β derart, dass die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := \begin{cases} x^2 - \alpha x + \beta & (x < -1) \\ (\alpha + \beta)x & (-1 \leq x \leq 1) \\ x^2 + \alpha x - \beta & (x > 1) \end{cases}$$

auf der ganzen reellen Achse stetig wird, und zeichne den resultierenden Graphen von f .

Aufgabe 2) (4 Punkte)

Eine gleichmäßig stetige Funktion auf einem (nicht leeren und) beschränkten Intervall ist beschränkt.

Aufgabe 3) (4 Punkte)

Es seien $X, Y \subseteq \mathbb{R}$, und die Funktionen $f: X \rightarrow Y$ und $g: Y \rightarrow \mathbb{R}$ seien beide gleichmäßig stetig. Zeigen Sie, dass die Verkettung $g \circ f: X \rightarrow \mathbb{R}$, $(g \circ f)(x) := g(f(x))$, gleichmäßig stetig ist.