

Partielle Ableitungen im Einsatz



Moodle



Lehrbuch

¹Aus „Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler“ von Sydsæter, Hammond, Strøm und Carvajal, 6. Auflage

Diese Aufgaben bearbeiten wir in dieser Übung:

15.1 Eine einfache Kettenregel

Aufgabe 15.1 von Seite 767

Aufgabe 15.3 von Seite 767

15.6. Homogene Funktionen von zwei Variablen

Aufgabe 15.6.1 von Seite 734

Aufgabe 1 zu Homogenität

Aufgabe 2 zu Homogenität

Satz von Euler

Aufgabe 1 zu Satz von Euler

Aufgabe 2 zu Satz von Euler

Aufgabe 15.13 von Seite 768

Aufgabe 15.1 von Seite 767

Bestimme in den folgenden Fällen dz/dt , indem Du die Kettenregel verwendest. Überprüfe die Antworten, indem Du zuerst die Ausdrücke für x und y einsetzt und dann differenzierst.

a) $F(x, y) = 6x + y^3$, $x = 2t^2$, $y = 3t^3$

b) $F(x, y) = x^p + y^q$, $x = at$, $y = bt$

Aufgabe 15.3 von Seite 767

Finde Ausdrücke für $\partial w / \partial t$ und $\partial w / \partial s$, wenn

$$w = x^2 + y^3 + z^4$$

mit

$$x = t + s, \quad y = t - s, \quad z = st.$$

Aufgabe 15.6.1 von Seite 734

Zeige, dass $f(x, y) = x^4 + x^2y^2$ homogen vom Grad 4 ist.

Aufgabe 1 zu Homogenität

Bestimme den Wert von a , sodass die Funktion

$$f(x, y) = x^a y^2 + 3x^4 y$$

homogen ist. Gib anschließend den Homogenitätsgrad an.

Aufgabe 2 zu Homogenität

Für welche Werte von a und b ist die Funktion

$$f(x, y) = 2x^a y^3 + 5x^2 y^b$$

homogen vom Grad 6?

Aufgabe 1 zu Satz von Euler

Sei $f(x, y)$ homogen vom Grad k . Vereinfache folgenden Ausdruck:

$$f'_1(x, y)x + f'_2(x, y)y$$

Aufgabe 2 zu Satz von Euler

Überprüfe die Aussage der letzten Aufgabe für die Funktion

$$f(x, y) = x^3 + 2x^2y + xy^2.$$

Gehe dabei wie folgt vor:

1. Bestimme den Homogenitätsgrad von f .
2. Berechne $f'_1(x, y)$ und $f'_2(x, y)$.
3. Zeige, dass gilt:

$$f'_1(x, y)x + f'_2(x, y)y = kf(x, y).$$

Aufgabe 15.13 von Seite 768

Nehme an, dass die Produktionsfunktion $F(K,L)$, definiert für $K > 0$, $L > 0$, homogen vom Grad 1 ist.

Zeige: Wenn $F''_{11} < 0$, d.h. wenn die Grenzproduktivität des Kapitals eine strikt fallende Funktion von K ist, dann ist $F''_{12} > 0$, so dass die Grenzproduktivität des Kapitals eine strikt monoton wachsende Funktion ist, wenn der Arbeitsinput steigt.