

## Klausuraufgaben zu Kapitel 7 „Anwendungen der Differentialrechnung“

7.1	Haupttermin 2022 . . . . .	2
7.2	Nachtermin 2022 . . . . .	3
7.3	Haupttermin 2023 . . . . .	4
7.4	Nachtermin 2023 . . . . .	5
7.5	Haupttermin 2024 . . . . .	6
7.6	Nachtermin 2024 . . . . .	7
7.7	Nachtermin 2024 . . . . .	8
7.8	Haupttermin 2025 . . . . .	9
7.9	Nachtermin 2025 . . . . .	10
7.10	Februar 2026 . . . . .	11
7.11	Februar 2026 . . . . .	12
7.12	März 2026 . . . . .	13
7.13	März 2026 . . . . .	14

### Tutorium 1

Implizites Differenzieren: 7.6, 7.7, 7.9 & 7.10

Lineare Approximation / Differential: 7.2 & 7.12

### Tutorium 2

Elastizität: 7.3, 7.8, 7.11 & 7.13

Stetigkeit: 7.1

Regel von l'Hôpital: 7.4 & 7.5

## 7.1 Haupttermin 2022

Welche der gegebenen Funktionen ist nicht stetig?

a)  $(x + 7)(x - 5)$

b)  $\frac{x^2 - 4x}{x - 4} + 5$

c)  $\frac{3}{x - 6} + 6$

d)  $5|x| + 7$

## 7.2 Nachtermin 2022

Es sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben, wobei

$$f(x) = e^{7x+1}$$

Bestimmen Sie die lineare Approximation der Funktion  $f$  für  $x$  nahe  $x_0 = 6$ .

a)  $f(x) \approx (7x - 41)e^{43}$

b)  $f(x) \approx e^{8x} + 7(x - 6)e^{8x}$

c)  $f(x) \approx 7(x - 6)e^{43}$

d)  $f(x) \approx e^{43} + 7x(x - 6)^2e^{43}$

### 7.3 Haupttermin 2023

Gegeben sei die Funktion  $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = -(x + 1)(x - 1)$$

Wie lautet die Elastizität dieser Funktion an der Stelle  $x_0 = 0$ ?

*Hinweis:*  $El_x f(x) = f'(x) \frac{x}{f(x)}$

- a)  $El_x f(x_0) = 1/2$
- b)  $El_x f(x_0) = -1/2$
- c)  $El_x f(x_0) = 0$
- d)  $El_x f(x_0) = 1$

## 7.4 Nachtermin 2023

Wie lautet der Grenzwert des Bruchs

$$\frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}}$$

für  $x \rightarrow 0$ ?

*Hinweise:*

- Ableitung nach dem Exponenten:

$$\frac{da^x}{dx} = \ln(a) \cdot a^x \text{ für } a > 0, x \in \mathbb{R}$$

- Regel von l'Hôpital:

Falls  $f(x_0) = g(x_0) = 0$ ,  $f, g$  differenzierbar an der Stelle  $x_0$  und  $g'(x_0) \neq 0$ , dann gilt:

$$\frac{f(x_0)}{g(x_0)} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$$

a) Dieser Grenzwert existiert nicht.

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = 1$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{e^{2x} - e^{3x}} = \ln(3) - \ln(2)$

## 7.5 Haupttermin 2024

Für den natürlichen Logarithmus  $\ln(x)$  mit  $x > 0$  gilt:

- $\ln(1) = 0$
- $\ln(e) = 1$
- $\frac{d\ln(x)}{dx} = \frac{1}{x}$  für alle  $x > 0$
- $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$
- $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \infty$

Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

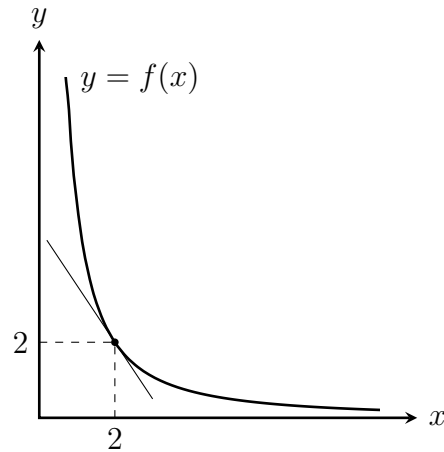
- a)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = e$
- b)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = 1$
- c)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x} = \frac{0}{\Delta x}$
- d)  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\Delta x)}{\Delta x}$  existiert nicht.

## 7.6 Nachtermin 2024

Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  wird implizit durch die Gleichung

$$(f(x))^2 \cdot x^3 = 32$$

definiert, wobei  $x \in \mathbb{R}_{>}$ . Das folgende Diagramm zeigt den Graphen dieser Funktion und eine Tangente an diesen Graphen im Punkt  $(x, y) = (2, 2)$ .



Wie lautet die Steigung der Tangente an den Graphen im Punkt  $(x, y) = (2, 2)$ ?

- a)  $f'(2) = -\frac{5}{32}$
- b)  $f'(2) = -\frac{3}{2}$
- c)  $f'(2) = -\frac{2}{5}$
- d)  $f'(2) = \frac{32}{5}$

## 7.7 Nachtermin 2024

Gegeben sei die Gleichung

$$\ln(x) + 2 \ln(y) = 1024$$

für  $x, y > 0$ .

Wie lautet  $dy/dx$  für diese Gleichung?

a)  $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{x}{y}$

b)  $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{\ln(x)}{\ln(y)}$

c)  $dy/dx = -\frac{1}{2} \frac{y}{x}$

d)  $dy/dx = -\frac{x}{y}$

## 7.8 Haupttermin 2025

Es sei die Funktion  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch:

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ für } x > 0$$

Welcher der folgenden Ausdrücke entspricht der Elastizität von  $f$ ?

a)  $El_x f(x) = \frac{1}{2}$

b)  $El_x f(x) = -\frac{1}{2}$

c)  $El_x f(x) = -\sqrt{x}$

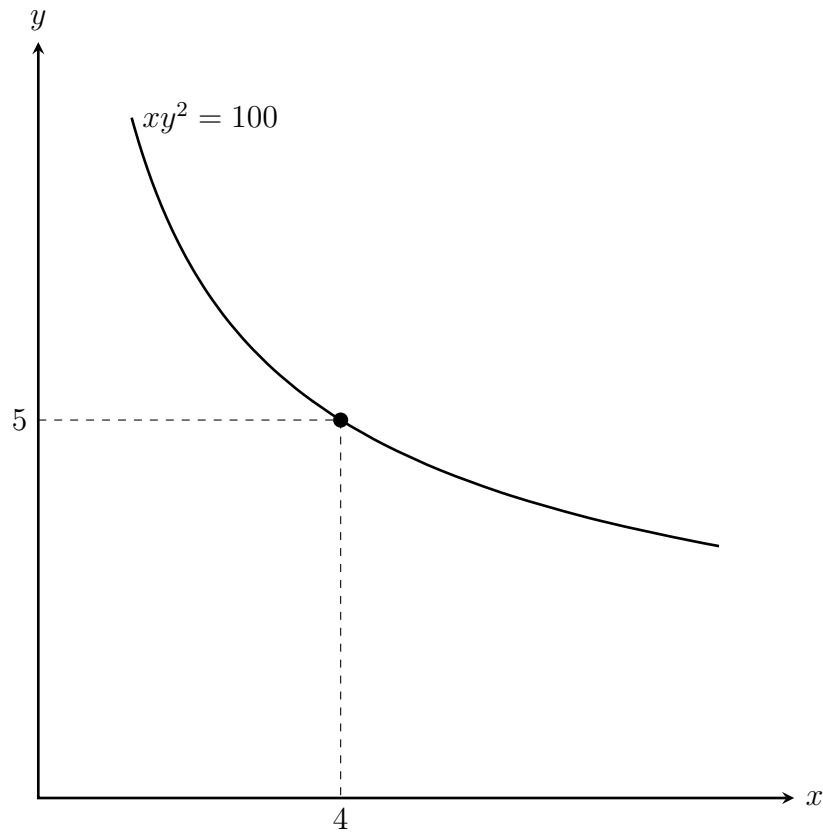
d)  $El_x f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

## 7.9 Nachtermin 2025

Die Gleichung

$$xy^2 = 100$$

definiere für  $x, y > 0$  folgenden Graphen:



Wie lautet die Steigung des Graphen im Punkt  $(4, 5)$ ?

- a)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{5}{8}$
- b)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{5}{4}$
- c)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$
- d)  $\frac{dy}{dx} = \frac{5}{4}$

## 7.10 Februar 2026

Eine Kurve in der  $xy$ -Ebene sei durch folgende Gleichung definiert:

$$x^2 + y^2 - 2xy = x + y$$

An welcher Stelle  $(x_0, y_0)$  gilt  $\frac{dy}{dx} = -1$ ?

- a)  $(x_0, y_0) = (0, 0)$
- b)  $(x_0, y_0) = (0, 1)$
- c)  $(x_0, y_0) = (3, 1)$
- d)  $(x_0, y_0) = (\frac{3}{8}, -\frac{1}{8})$

### 7.11 Februar 2026

Seien  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$  und  $g(x) = \ln(x)$ ,  $x > 1$ .

Wie lautet die Elastizität  $El_x[f(x) \cdot g(x)]$ ?

a)  $2 + \frac{1}{\ln(x)}$

b) 1

c)  $\frac{2}{\ln(x)}$

d)  $\frac{2}{\ln(x) \cdot x^2}$

## 7.12 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $(0, \infty)$  definiert durch

$$f(x) = x^2 + 3x^{-3}$$

Wie lautet das Differential  $dy$  von  $y = f(x)$  für  $dx \neq 0$ ?

a)  $dy = 2x dx - 9x^{-4} dx$

b)  $f'(x) = 2x - 9x^{-4}$

c)  $dy = 2x - 9x^{-4}$

d)  $dy = 2x dx + 9x^{-2} dx$

### 7.13 März 2026

Es sei die Funktion  $f$  auf  $(0, \infty)$  definiert durch

$$f(x) = (x + 2)^2$$

Wie lautet die Elastizität  $El_x f(x)$  der Funktion  $f$  für  $0 < x < \infty$ ?

- a)  $\frac{2x}{x+2}$
- b)  $\frac{x+2}{2x}$
- c) 1
- d)  $2(x + 2)$