Exkurs

Problemstellung
Unser Regressor korreliert mit dem Störterm:

$$\mathbb{E}(\epsilon_i|x_i) \neq 0$$

In der Praxis:

- y beeinflusst den Regressor
- Der Regressor beeinflusst y
  Beispiel:

$$\text{BIP} \overset{\text{Höhere Forschungsgelder}}{\longrightarrow} \text{Bildungsqualität}$$
$$\text{Bildungsqualität} \overset{\text{Innovation}}{\longrightarrow} BIP$$

  Lösung:
- Instrumental Variable, **welche mit dem Regressor korreliert aber nicht mit der abhängigen Variable**
  - $Cov(x,z) \gg 0$ (Relevanzbed.)
  - $Cov(z,u) = 0$ (Exogenitätsbed.)

Schätzer:

1. Momentemethode
   - Wir bauen diesen Schätzer auf der Exogenitätsbedingung auf
   - Das heißt wir müssen am Ende Residuen bekommen welche NICHT mit der IV korrelieren:

$$\begin{aligned} Z'\hat{u} &= 0 \\ Z'(y - X\hat{\beta}) &= 0 \\ Z'y - Z'X\hat{\beta} &= 0 \\ Z'y &= Z'X\hat{\beta} \\ (Z'X)^{-1}Z'y &= \hat{\beta} \end{aligned}$$

2SLS

1. Regressiere Z auf X (sprich schätze):

$$X = Z\gamma + \epsilon$$

2. Die resultierenden fitted values $\hat{X}$ verwenden wir anschließend als IV, oder Schätze:

$$y = \hat{X}\beta + u$$

3. Der OLS-Schätzwert von β ist dann unsere 2SLS Schätzung:

$$\hat{\beta}_{2SLS} = (\hat{X}'\hat{X})^{-1}\hat{X}'y$$

Aufgabe 5 2023 I

a)
MLR 4 verletzt.

1. Leute mit hohem Lohn haben in den meisten Fällen auch eine höhere Bildung. Gleichzeitig führt eine höhere Bildung auch zu einem höheren Lohn.
2. In dem Residuum ist ebenfalls das Talent des Arbeiters enthalten. Die Bildung des Arbeiters kann aber auch mit dem Talent korrelieren. Deswegen ist eine Korrelation mit dem Störterm nicht auszuschließen.
   MLR 3 ebenfalls verletzt wegen Kolinearität

- exper = Alter - educ - 6

b)

- $Cov(x, z) \gg 0$ (Relevanzbed.)
- $Cov(z, u) = 0$ (Exogenitätsbed.)

c)

- nearc4 ist eine besser IV, weil sie weniger mit dem Störterm korreliert
- Talent z.B. kann an den Sohn weitergegeben werden

d)

- Die Berechnung für $\hat{\beta}_{2SLS}$ findet sich in Modell 2 und 3
  - Erste Stufe: Modell 2
  - Zweite Stufe: Modell 3
- Der konkrete Wert findet sich in Modell 3 und beträgt 0.262043

Aufgabe 5 2023 II

a)

- MLR 4 verletzt
- OLS Schätzung ist nicht mehr konsistent

b)

- $Cov(z, x) \gg 0$
- $Cov(z, u) = 0$

c)

- Hierfür einfach t-Quotienten ausrechnen

$$t = \frac{\hat{\gamma}_1}{se(\hat{\gamma}_1)} = -\frac{10}{2} = 5$$

- Würde unter üblichen Signifikanzniveaus ablehnen
- Also: KEIN weak instrument -> Keine Verzerrung

d)

Wir wollen die zweite Stufe des 2SLS Schätzers ausrechnen. Dafür stellen wir das Modell auf:

$$\begin{aligned} y_i &= \beta_0 + \beta_1 \hat{x}_{1i} + u_i \\ y_i &= \beta_0 + \beta_1(\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 z_i) + u_i \\ y_i &= \beta_0 + \beta_1 \hat{\gamma}_0 + \beta_1 \hat{\gamma}_1 z_i + u_i \end{aligned}$$

- $\beta_0 + \beta_1 \hat{\gamma}_0$ sind unsere neue konstante
  Uns interessiert jetzt die OLS Schätzung von β_1:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{Cov(y, \hat{\gamma}_1 z)}{Var(\hat{\gamma}_1 z)} \\ &= \frac{\hat{\gamma}_1 Cov(y, z)}{\hat{\gamma}_1^2 Var(z)} \\ &= \frac{\hat{\gamma}_1 s_{zy}}{\hat{\gamma}_1^2 s_z^2} \\ &= \frac{-10 \cdot 100}{(-10)^2 10} \\ &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 2 2023 II

a)

$\hat{\beta}_0$: 0.217	$\hat{\beta}_1$:0.098	$\hat{\beta}_2$:0.103
$se(\hat{\beta}_0)$: 0.109	$se(\hat{\beta}_1)$:0,008	$se(\hat{\beta}_2)$: 0.002
$\bar{y}$: 1.623	s_y: 0.532	SSR : 111.345

b)
Gesucht sind die t-Quotienten:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0 - 0}{se(\hat{\beta}_0)}$$

Gesucht ist SST:

$$SST = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

Gegeben ist:

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$
$$= \sqrt{\frac{1}{n-k} SST}$$

Das bedeutet (umstellen nach SST):

$$SST = (n-k)s_y^2$$

- $n = 526$
- $k = 2$
- $s_y = 0.532$
  Für $\hat{\sigma}$ ist es dasselbe für SSR:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-k} SSR}$$

R^2:

$$R^2 = 1 - \frac{SSR}{SST} \approx 0.25$$

F :

$$F = \frac{\frac{R^2}{k}}{\frac{1-R^2}{n-k-1}}$$

Alternativ:

$$\begin{aligned} F &= \frac{n-k-1}{k}\frac{R^2}{1-R^2} \\ &= \frac{523}{2}\frac{0.25}{0.75} \approx 87.16666\ldots \end{aligned}$$

Die resultierende Tabelle:

t_0 :1.991	t_1 :12.25	t_2:5
**	***	***
SST:524*0.532^2=148.3046	$\hat{\sigma}$: 0.461	***