# Ökonometrie Tutorium

## Blatt 2

Carsten Stahl und Fabian Hentrich

WiSe 2024/2025

# Aufgabe 5
## a)

Zunächst stellen wir die Regressionsgleichung auf:

$$\ln \texttt{salary}_i = \beta_0 + \beta_1 \ln \texttt{roe}_i + \beta_2 \ln \texttt{sales}_i + u_i$$

Die **theoretische** Elastizität haben wir in dem letzten Übungsblatt in Aufgabe 7 a) bestimmt und die ist:

$$\varepsilon_{\texttt{salary},\texttt{sales}} = \beta_2$$

# Aufgabe 5
## a)

Diese theoretische Elastizität muss jetzt aber geschätzt werden. Das Schätzergebnis sehen wir in dem Gretl output von der Aufgabe:

$$\hat{\varepsilon}_{\texttt{salary,sales}} = \hat{\beta}_2$$

Da unsere Störgröße **normalverteilt** ist, wissen wir, dass $\hat{\beta}_2$ t-verteilt ist mit Freiheitsgraden
$f = n -$ Anzahl der Parameter $= 206$. Ab hier gilt es, die Formel aus der Vorlesung anzuwenden:

$$\hat{C}_{1-\alpha} = \left[\hat{\beta}_2 - t_{1-\alpha/2} \cdot \hat{s}_{\hat{\beta}_2}; \hat{\beta}_2 + t_{1-\alpha/2} \cdot \hat{s}_{\hat{\beta}_2}\right]$$

- wobei $\hat{s}_{\hat{\beta}_2}$ die (geschätzte) Standardabweichung von $\hat{\beta}_2$ ist.

Diese Rechnung ergibt dann:

$$[0.215867\,;\;0.327442]$$

Es heißt also mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% ist der wahre Wert von $\varepsilon_{\texttt{salary},\texttt{sales}}$ in dem Intervall enthalten:

- Dieses Ergebnis gilt nur unter den OLS Bedingungen

# Aufgabe 6

- Sie haben eine lineare Regression mit 5 Regressoren sowie einer Konstanten basierend auf einer Stichprobe mit 67 Beobachtungen geschätzt. Der Fehlerterm ist normalverteilt. Für einen Koeffizienten, der Sie besonders interessiert, erhalten Sie einen Schätzer von $\widehat{\beta}_j = 0.82$. Ihr Regressionsprogramm gibt außerdem die Information: '$t$ - Quotient $= 8$ an.

# Aufgabe 6

Die folgende Tabelle weist kritische Werte $c$ der $t$ - Verteilung aus:

| | $P(t > c) =$ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Freiheitsgrade ↓ | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 |
| 61 | 1.2956 | 1.6702 | 1.9996 | 2.3890 | 2.6589 |
| 62 | 1.2954 | 1.6698 | 1.9990 | 2.3880 | 2.6575 |
| 63 | 1.2951 | 1.6694 | 1.9983 | 2.3870 | 2.6561 |

# Aufgabe 6

## a)

- Test der Hypothese $H_0 : \beta_j = 0$, der angegebene $t$ - Quotient ist $\widehat{\beta}_j / se(\widehat{\beta}_j)$ und führt für große Absolutbeträge zur Ablehnung der Nullhypothese.

# Aufgabe 6
## b)

- Ablehnung der Nullhypothese $H_0 : \beta_j = 0$ gegen die zweiseitige Alternative auf dem 1% - Signifikanzniveau (das niedrigste in der Tabelle ausgewiesene) und auf jedem höheren Signifikanzniveau.

# Aufgabe 6

## c)

- $H_0 : \beta_j = 1$ ($t$ - Test zweiseitig)
- mit $\widehat{\beta}_j / se(\widehat{\beta}_j) = 8$ bekommen wir $se(\widehat{\beta}_j) = 0.82/8 = 0.1025$
- Teststatistik $t = (0.82 - 1)/0.1025 = -1.7561.$
- Kritischer Wert für $|t|$ auf dem 5% -Niveau ist 1.9996
- $\rightarrow$ keine Ablehnung der Nullhypothese.

# Aufgabe 6

## d)

- $H_0 : \beta_j = 0.8$ ($t$ - Test zweiseitig)
- Teststatistik $t = (0.82 - 0.8)/0.1025 = 0.19512$
- Kritischer Wert für $|t|$ auf dem 1% - Niveau ist 2.6589
- $\rightarrow$ keine Ablehnung der Nullhypothese.

# Aufgabe 6

## e)

- $H_0 : \beta_j < 0.62$ ($t$ - Test einseitig)
- Teststatistik $t = (0.82 - 0.62)/0.1025 = 1.9512$
- Kritischer Wert für $|t|$ auf dem 5% - Niveau (einseitig) ist 1.6702
- $\rightarrow$ Ablehnung der Nullhypothese.

# Aufgabe 6

## f)

- Der kritische Wert zum 90%-Niveau ist 1.6702, das Intervall ist daher $0.82 \pm 0.1025 \cdot 1.6702 = [0.6488\ ;\ 0.9912]$.

# Aufgabe 6
## g)

- Das Intervall [0.6488 ; 0.9912] überdeckt den wahren Parameter mit 90% Wahrscheinlichkeit.

**Definition:**
Der p-Wert ist die maximale Signifikanz, zu der die $H_0$-Hypothese noch abgelehnt wird.
Sprich: Wenn ich unter diesem Wert $H_0$ ablehne, wie hoch ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ich falsch liege?

# Aufgabe 7

## a)& b) & c)

- Falsch, da der $p$ - Wert das geringste Signifikanzniveau angibt, bei dem abgelehnt wird, was hier also größer als 5% ist.
- Richtig.
- Falsch, da es sich um einen zweiseitigen Test und eine symmetrische Verteilung unter $H_0$ handelt (siehe Aufgabenstellung), muss er dem 0.975 - Quantil entsprechen.

# Aufgabe 7

## d)

Unter diesem Setup haben wir:

$$H_0 : \beta = 0 \quad H_1 : \beta \neq 0$$

Und einen p-Wert von 4%. Die Frage war nun:

$$T > t_{n-k,0.975} \quad ?$$

Da es sich hier um einen zwei-seitigen Test handelt, wissen wir, dass $t_{n-k,0.975}$ zu einem Test mit 5% Signifikanz gehört. Mit einem p-Wert von unter 5% wissen wir also, dass:

$$T > t_{n-k,0.975}$$

gilt.

# Aufgabe 7

e)

Für diese Aufgabe schauen wir uns nochmal die Hypothesen genauer an:

$$H_0 : \beta = 0 \quad H_1 : \beta \neq 0$$

In beiden Hypothesen gehen wir von **einem** wahren Wert $\beta$ aus. Das bedeutet $\beta$ **ist keine Zufallsvariable**. Es gilt:

$$P_{H_0}(\beta = 1) = 1 \neq 5\%$$
$$P_{H_1}(\beta = 1) = 0$$

# Aufgabe 7

## f)

Hier wird auf den Zusammenhang zwischen Konfidenzintervallen und Hypothesentests angespielt.
Diese Aussage hält für den t-Test.
**Aber Vorsicht:** Sie hält nur, weil sich die Verteilungen unter $H_0$ und $H_1$ nur im Lagemaß unterscheiden. Generell gilt diese Aussage nicht.

# Aufgabe 7
## f)

In dem T-Test:

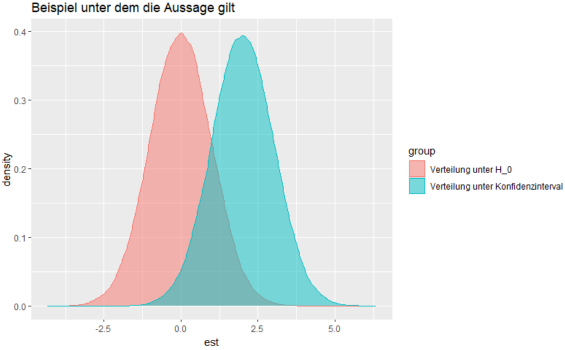


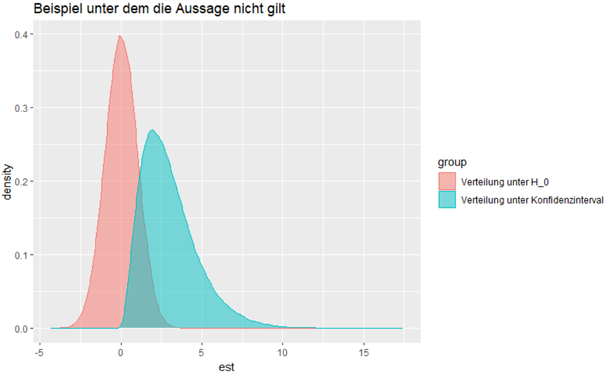

Abbildung: Gleiche Verteilung, Unterscheidung im Lagemaß

# Aufgabe 7

## f)

Hier: Unterschiedliche Verteilung, bei positiven $\beta$ sind nur noch positive Werte möglich

- Folge: 0 ist nie im Konfidenzintervall enthalten.



# Aufgabe 7

## g)& h) & i)& j)

- Ja diese Aussage ist auch richtig (aus denselben Gründen wie auf der vorherigen Folie)
- Es ist ein Warnzeichen aber muss nicht bedeuten, dass wir einen insignifikanten Parameter haben
- Richtig (siehe Definition Konfidenzintervall)
- Falsch, per Konstruktion liegt dieser immer im Zentrum des Konfidenzintervalls (siehe Formel für Grenzen des K.I.).