Lösungen zum Übungsblatt zu VL 12

Beweistypen in der Vorlesung Arithmetik und ihre Didaktik

Darstellungsebene/ Formalisierungsgrad	symbolisch	ikonisch
beispielgebunden	beispielgebunden symbolisch	beispielgebunden ikonisch
generell	generell symbolisch	generell ikonisch

Beweistypen aus didaktischer Perspektive

Seien a und b zwei ungerade natürliche Zahlen. Die Zahl b sei um 2 größer als a.
Zeigen Sie, dass die Summe $a + b$ gerade ist.

beispielgebunden symbolisch

a = 3, b = 5

Voraussetzungen:

$a = 2 \cdot 1 + 1$

$b = a + 2 = 3 + 2 = 5 \rightarrow b = 2 \cdot 2 + 1$

Beweis:

$$3 + 5 = (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 1 + 1 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 = 2 \cdot \underbrace{(1 + 2 + 1)}_{\in \mathbb{N}}$$

Schlussfolgerung:

Da sich die Summe aus 3 + 5 als ein Vielfaches von 2 darstellen lässt, ist die Summe gerade.

Beweistypen aus didaktischer Perspektive

Seien a und b zwei ungerade natürliche Zahlen. Die Zahl b sei um 2 größer als a.
Zeigen Sie, dass die Summe $a + b$ gerade ist.

generell symbolisch

a, b

Voraussetzungen:

$a, b, n \in \mathbb{N}$

$a = 2n + 1$

$b = a + 2 = (2n + 1) + 2 = 2n + 3$

Beweis:

$$a + b = (2n + 1) + (2n + 3) = 2n + 1 + 2n + 3 = 4n + 4 = 2 \cdot \underbrace{(2n + 2)}_{\in \mathbb{N}}$$

Schlussfolgerung:

Da sich die Summe aus a + b als ein Vielfaches von 2 darstellen lässt, ist die Summe gerade.

Beweistypen aus didaktischer Perspektive

Seien a und b zwei ungerade natürliche Zahlen. Die Zahl b sei um 2 größer als a.
Zeigen Sie, dass die Summe $a + b$ gerade ist.

beispielgebunden Ikonisch

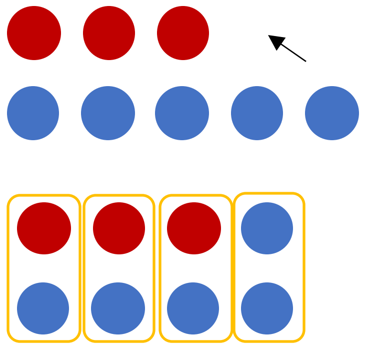
Voraussetzungen:

Die beiden ungeraden Zahlen werden als Plättchenreihen dargestellt, wobei die zweite Plättchenreihe um zwei Plättchen länger ist, als die erste Reihe.

a = 3, b = 5

Beweis:

Legt man die beiden Plättchenreihe untereinander, lassen sich immer zwei übereinanderliegende Plättchen als Zweiergruppen zusammenfassen, dabei bleiben in der unteren Reihe zwei Plättchen übrig, diese können wiederrum als Zweiergruppe zusammengefasst werden.



Schlussfolgerung:

Da sich die Summe aus 3 + 5 in Zweiergruppen restlos bündeln lässt, ist die Summe gerade.

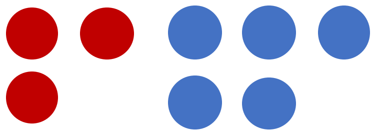
Beweistypen aus didaktischer Perspektive

Seien a und b zwei ungerade natürliche Zahlen. Die Zahl b sei um 2 größer als a.
Zeigen Sie, dass die Summe $a + b$ gerade ist.

beispielgebunden Ikonisch

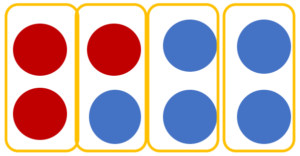
<u>Voraussetzungen:</u>

Die Punktebilder der Zahlen bestehen aus a = 3 und b= 5 Punkten. Die Punkte beider Mengen können so zu zweit gebündelt werden, dass jeweils ein Punkt übrig bleibt.



<u>Beweis:</u>

Legt man die beiden Punktebilder aneinander, lassen sich immer Zweiergruppen bilden.



<u>Schlussfolgerung:</u>

Da sich die Summe aus 3 + 5 in Zweiergruppen restlos bündeln lässt,
ist die Summe gerade.

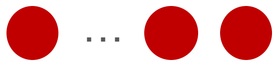
Beweistypen aus didaktischer Perspektive

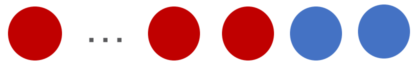
Seien a und b zwei ungerade natürliche Zahlen. Die Zahl b sei um 2 größer als a.
Zeigen Sie, dass die Summe $a + b$ gerade ist.

generell Ikonisch

Voraussetzungen:

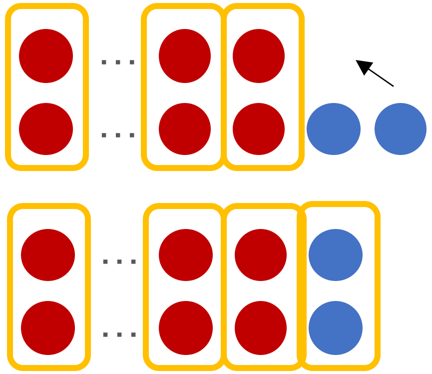
Die beiden ungeraden Zahlen werden als Plättchenreihen dargestellt, wobei die zweite Plättchenreihe um zwei Plättchen länger ist, als die erste Reihe.

a 

b = a + 2 

Beweis:

Legt man die beiden Plättchenreihe untereinander, lassen sich immer zwei übereinanderliegende Plättchen als Zweiergruppen zusammenfassen, dabei bleiben in der unteren Reihe zwei Plättchen übrig, diese können wiederrum als Zweiergruppe zusammengefasst werden.



Schlussfolgerung:

Da sich die Summe der beiden ungeraden natürlichen Zahlen a und b in Zweiergruppen restlos bündeln lässt, ist die Summe gerade.