

11. Übungsblatt zur Vorlesung
Vorkurs Mathematik
im Wintersemester 2024

Aufgabe 1) (Untervektorräume)

Skizzieren Sie folgende Teilmengen von \mathbb{R}^2 und sagen Sie, ob sie Untervektorräume von \mathbb{R}^2 sind

- (a) $A = \{(x, y) | y = x^2\}$
- (b) $B = \{(x, y) | y = 2x\}$
- (c) $C = \{(x, y) | y = -x\}$
- (d) $B \cup C$
- (e) $B \cap C$

Aufgabe 2) (Abgeschlossene Mengen)

Skizzieren Sie folgende Teilmengen von \mathbb{R}^2 und sagen Sie, ob sie abgeschlossene Mengen sind

- (a) $D = \{(x, y) | y = x, \text{ für } -1 \leq x \leq 1\}$
- (b) $E = \{(x, y) | y = x, \text{ für } -1 < x < 1\}$
- (c) $F = \{(x, y) \text{ mit } -1 \leq x \leq 1 \text{ und } -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}\}$
- (d) $D \cap E$
- (e) $D \cup E$
- (f) $F \cap D$
- (g) $F \cap E$
- (h) $F \cup D$

Aufgabe 3) (Wiederholung zur Differenzierung)

Berechnen Sie die Partialableitungen folgender Funktionen:

- (a) $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $\vec{x} \mapsto \langle \vec{x}, \vec{a} \rangle$ nach der Variablen a_1, a_2 und a_3
- (b) $f(x, y) = \frac{(x-a)^2}{\alpha} + \frac{(y-b)^2}{\beta} - 1$ nach der Variablen a und b

Bonusaufgabe)

Geben Sie, falls möglich, für folgende Teilmengen von \mathbb{R} , eine obere, eine untere Schranke, eine kleinste obere Schranke, eine größte untere Schranke sowie Minimum/Maximum an:

(a) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

(b) $A := \{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(c) $B := A \cup \{0\}$

(d) \mathbb{Q}

(e) $C := \mathbb{Q} \cap [0, 1]$

(f) $D := \mathbb{Q} \cap (0, 1)$

(g) $E := \mathbb{Q} \cap [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

(h) $F := A \cup \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$