

Vorkurs – VL 3

Stellenwertsysteme



Laufende Fragensammlung



https://padlet.com/DZLM_SiMa_MSK/laufende-fragensammlung-vorkurs-lcjt56vkuzkk4m2p

Aufbau der heutigen Vorlesung

1. Stellenwertsysteme – von natürlichen Zahlen zu Dezimalzahlen
2. Die Eigenschaften des Stellenwertsystems nutzen

Wie gehen Sie vor?

Beispiel
Klasse 4/5:

$$1329 \cdot 10$$

Wie rechnen Sie
hier?



Und jetzt?

Beispiel
Klasse 4/5:

$$1329 \cdot 10$$

Bei *mal 10* muss man einfach eine Null dran hängen

Und dann
in Klasse 6:

$$1,329 \cdot 10 \\ = 1,3290 \text{ f}$$

Warum geht das jetzt nicht mehr?
Was funktioniert besser?



$$= 13,290$$

Bei *mal 10* verschiebe ich das Komma eins nach rechts

Bei *mal 10* verschiebe ich alle Stellen eins nach links

Was passiert hier eigentlich?

$$1,3298 \cdot 10$$

	H	Z	E	z	h	t	zt
			1,	3	2	9	8
· 10		1	3,	2	9	8	

Bei *mal 10* verschiebe ich alle Stellen eins nach links. Aber warum gilt diese Regel?

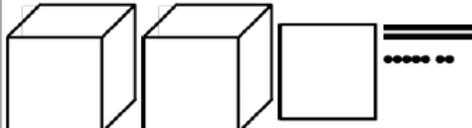
Das passiert beim Multiplizieren mit 10:

- aus Einern werden Zehner, denn 10 Einer passen in 1 Zehner
- aus Zehntel werden Einer, denn 10 Zehntel passen in 1 Einer
- aus Hundertstel werden Zehner, denn 10 Hundertstel passen in 1 Zehntel
- aus Tausendstel werden Hundertstel, denn 10 Tausendstel passen in 1 Hundertstel
- aus Zehntausendstel werden Tausendstel, denn 10 Zehntausendstel passen in 1 Tausendstel

Verschiedene Darstellungen von Zahlen

2.2 Zahlen darstellen und erklären

Fülle die Tabelle aus. Erkläre immer, woran du die Stellenwerte erkennst.

Bild	Stellentafel	Zerlegte Zahl	Zahl	Beschreibung								
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	T	H	Z	E		3	1	2	$300 + 10 + 2$	312	3 Hunderter, 1 Zehner und 2 Einer
T	H	Z	E									
	3	1	2									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E							
T	H	Z	E									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E					$400 + 9$		4 Hunderter und 9 Einer
T	H	Z	E									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E							
T	H	Z	E									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr> </table>	T	H	Z	E	1	0	8	6			
T	H	Z	E									
1	0	8	6									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E						2002	
T	H	Z	E									

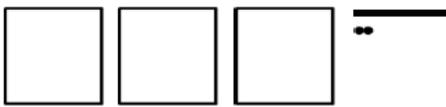
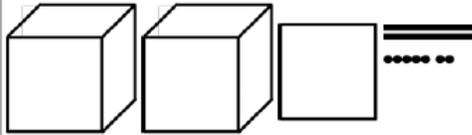
Füllen Sie die Tabelle aus und beobachten Sie sich selbst: warum fällt Ihnen die Aufgabe leicht? Was ist ggf. schwierig?

andl, Corina, Nührenbörger, Marcus, Ademmer, Claudia, Tester, Anne (2023). Mathe sicher können Diagnose- und Förderbausteine N1: Stellenwerte verstehen (2. Auflage). Open Educational Resources unter mathe-sicher-koennen.dzlm.de/nz#n1

Verschiedene Darstellungen von Zahlen

2.2 Zahlen darstellen und erklären

Fülle die Tabelle aus. Erkläre immer, woran du die Stellenwerte erkennst.

Bild	Stellentafel	Zerlegte Zahl	Zahl	Beschreibung								
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table>	T	H	Z	E		3	1	2	$300 + 10 + 2$	312	3 Hunderter, 1 Zehner und 2 Einer
T	H	Z	E									
	3	1	2									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>3</td><td>1</td></tr> </table>	T	H	Z	E		3	3	1	$300+30+1$		3 Hunderter, 3 Zehner, 1 Einer
T	H	Z	E									
	3	3	1									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E					$400 + 9$		4 Hunderter und 9 Einer
T	H	Z	E									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E							
T	H	Z	E									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>8</td><td>6</td></tr> </table>	T	H	Z	E	1	0	8	6			
T	H	Z	E									
1	0	8	6									
	<table border="1"> <tr><th>T</th><th>H</th><th>Z</th><th>E</th></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	T	H	Z	E						2002	
T	H	Z	E									

Füllen Sie die Tabelle aus und beobachten Sie sich selbst: warum fällt Ihnen die Aufgabe leicht? Was ist ggf. schwierig?

Was wissen wir alles über eine Zahl?

	Immer 10	Immer 10	Immer 10	
10000	1000	100	10	1
ZT	T	H	Z	E

1 4 2 3 7



2 Hunderter



2 · 100

$$1 \cdot 10\,000 + 4 \cdot 1\,000 + 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7 \cdot 1$$

„immer 10 passen in die
nächst größere Stelle“

Je nachdem, wo die Ziffer
steht, hat sie einen anderen
Wert

Ziffer mal Zehnerzahl = Wert

Zahl additiv zerlegbar

Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

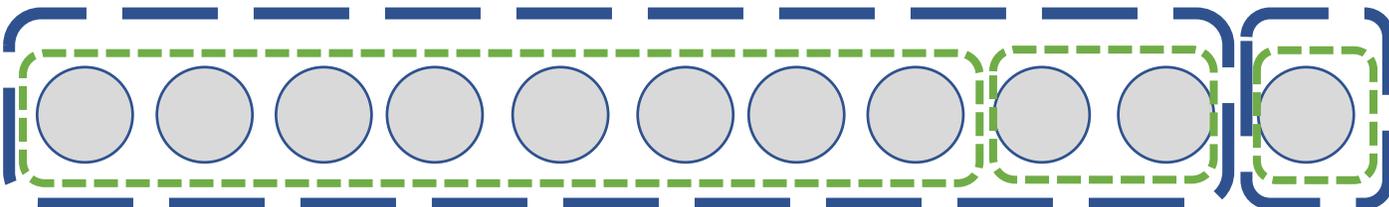
Wie würde die nächste Zahl lauten?

Dezimalsystem

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0
	1	1

Binärsystem

32-er 2^5	16-er 2^4	8-er 2^3	Vierer 2^2	Zweier 2^1	Einer 2^0
		1	0	1	1



1 Zehner, 1 Einer

1 Achter, 1 Zweier, 1 Einer

Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

Dezimalsystem

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0
	3	9

Binärsystem

32-er 2^5	16-er 2^4	8-er 2^3	Vierer 2^2	Zweier 2^1	Einer 2^0

Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

Dezimalsystem

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0
	3	9

Binärsystem

32-er 2^5	16-er 2^4	8-er 2^3	Vierer 2^2	Zweier 2^1	Einer 2^0
1	0	0	1	1	1

Hier finden Sie noch ein weiteres Erklärvideo für die Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

<https://adi.dzlm.de/node/89>

Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

Dezimalsystem

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0

Binärsystem

32-er 2^5	16-er 2^4	8-er 2^3	Vierer 2^2	Zweier 2^1	Einer 2^0
	1	1	0	0	1

Umrechnung in verschiedene Stellenwertsysteme

Dezimalsystem

Hunderter 10^2	Zehner 10^1	Einer 10^0
	2	5

Binärsystem

32-er 2^5	16-er 2^4	8-er 2^3	Vierer 2^2	Zweier 2^1	Einer 2^0
	1	1	0	0	1

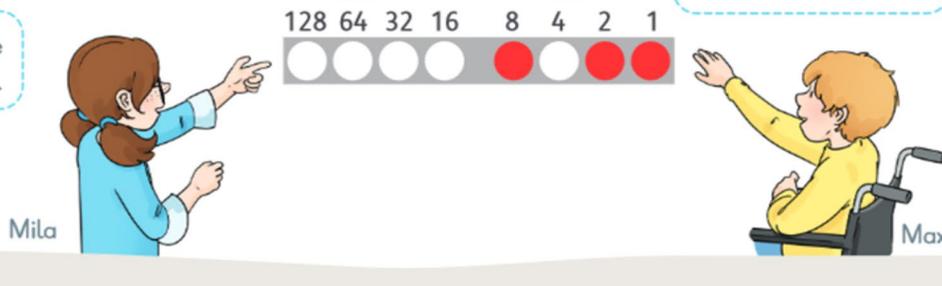
Binärsystem

Binärzahlen

Computer arbeiten mit Zahlen, die in Bytes dargestellt sind. In einem Byte ist Platz für 8 Plättchen, die mit den Zahlen 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 und 128 von rechts nach links beschriftet sind. Alle besetzten Plätze werden addiert.

Also zeigt dieses Byte die Zahl 11, denn $1 + 2 + 8 = 11$.

Hier sind die Plätze 1, 2 und 8 besetzt.

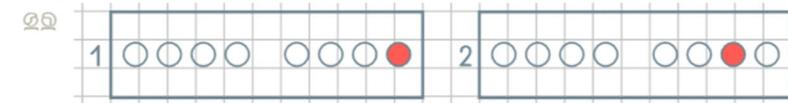


1 Welche Zahl ist es?

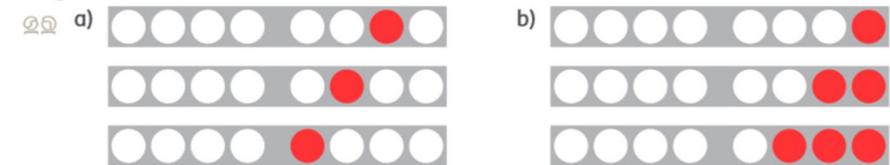
- a) $1 + 4 = 5$ Es ist die 5.
- b)
- c)
- d)
- e)
- f)
- g)

Ein Blick in die Umrechnung:
Schauen Sie sich die Schulaufgabe genau an. Wie können Sie die Umrechnung vom einen ins andere Stellenwertsystem erklären?
Öffnen Sie die App „Stellenwerttafel“ und probieren Sie die Umrechnungen auch digital einmal aus.
Welche Systematik können Sie erkennen?

2 Welche Zahlen könnt ihr mit einem Byte darstellen? Ordnet der Reihe nach.



3 Wie verändern sich die Zahlen? Vergleichen und setzt fort.

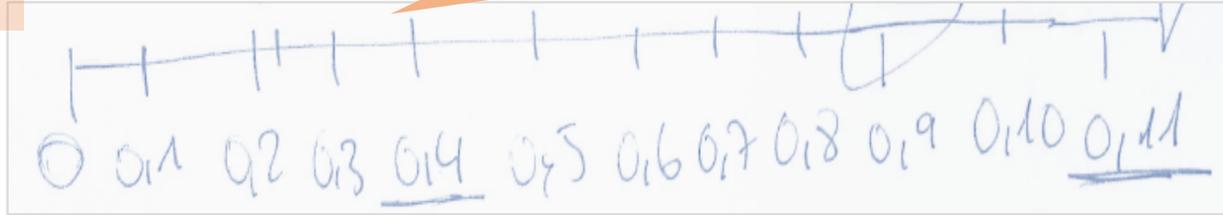


Und wie sieht das jetzt bei den Dezimalzahlen aus?

Welche Zahl ist größer,
0,11 oder 0,4?

Paul (7. Klasse)

0,11 ist größer als 0,4,
weil 11 ist größer als 4



Welche Zahl ist größer,
1,3 oder 1,12?

Zeynep (7. Klasse)

1,3 ist größer als 1,12, denn desto mehr
Zahlen hinter dem Komma stehen desto
kleiner ist die Zahl.

Was stimmt für welche Zahl? Was stimmt gar nicht?

137

0,137

Die 1 steht für Hunderter, die 7 steht für Hundertstel.

Je mehr Stellen die Zahl hat, desto kleiner wird sie

Die 1 steht einmal für Hunderter und einmal für Hundertstel.

Von rechts nach links werden die Werte der Ziffern immer größer

Immer zehn der Stelle rechts passen in die Stelle links daneben

Je mehr Stellen die Zahl hat, desto größer ist sie

Wenn ich eine 0 dranhänge, ändert sich der Wert der Zahl nicht

Aufgabe in Moodle

▼ 04.09.2024 Stellenwerte bei natürlichen und Dezimalzahlen ✎

Vorlesung Als erledigt kennzeichnen ⋮

Übung Als erledigt kennzeichnen ⋮

 H5P Stellenwerte: was stimmt? ✎ Als erledigt kennzeichnen ⋮



Was stimmt für welche Zahl? Was stimmt gar nicht?

137

Von rechts nach links werden die Werte der Ziffern immer größer

Je mehr Stellen die Zahl hat, desto größer ist sie

Immer zehn der Stelle rechts passen in die Stelle links daneben

Die 1 steht für Hunderter, die 7 steht für Hundertstel.

Je mehr Stellen die Zahl hat, desto kleiner wird sie

Die 1 steht einmal für Hunderter und einmal für Hundertstel.

0,137

Von rechts nach links werden die Werte der Ziffern immer größer

Wenn ich eine 0 dran hänge, ändert sich der Wert der Zahl nicht

Immer zehn der Stelle rechts passen in die Stelle links daneben

Kurze Übung

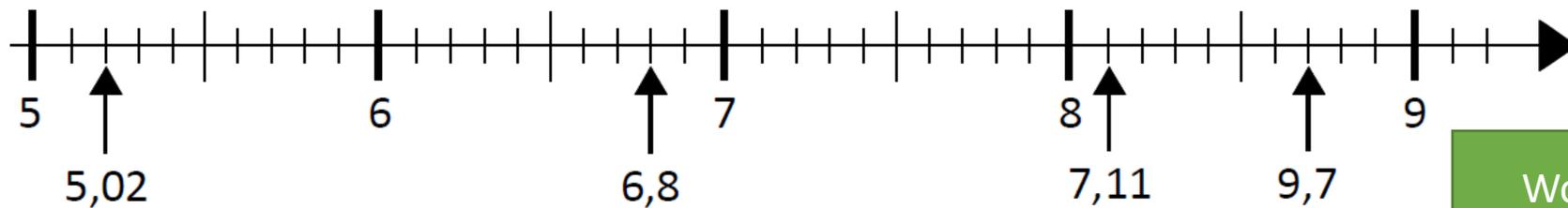
Überlegen Sie mit Ihren Nachbarinnen und Nachbarn: Wer hat recht? Und warum?

- a) Sarah und Tim haben 1,11 auf dem Zahlenstrahl eingetragen. Wer hat recht?



Was hat sich Tim bei seiner Lösung gedacht? Und Sarah?

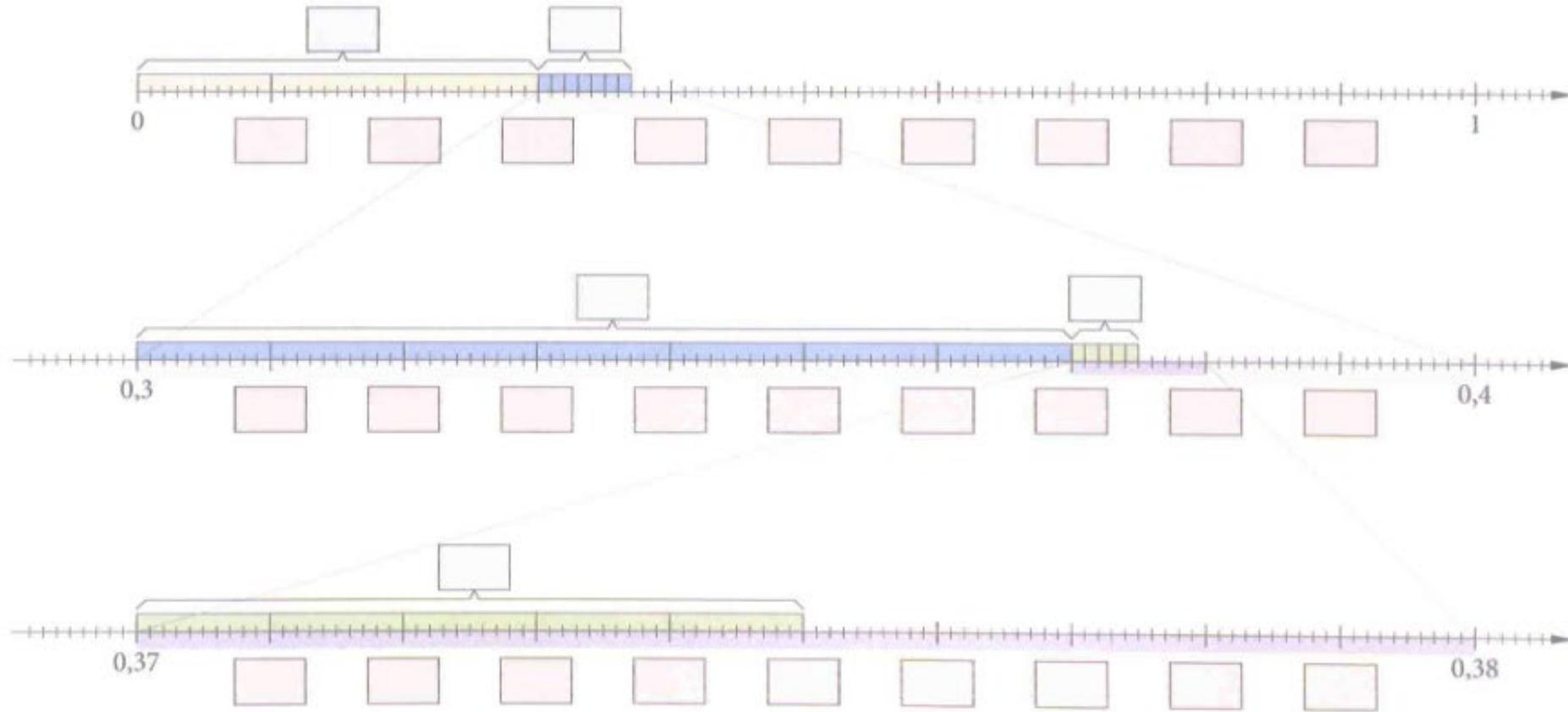
- b) Beim Eintragen der Zahlen auf dem Zahlenstrahl haben sich Fehler eingeschlichen. Mit welchen Werten bist du nicht einverstanden? Korrigiere.



Wo genau liegt der Fehler? Wie ist er passiert?

Dezimalzahlen auf dem Zahlenstrahl - immer feiner einteilen

So kann man die Zahl 0,375 auf verschieden fein eingeteilten Zahlenstrahlen finden



Zusammenfassung: die Eigenschaften des Stellenwertsystems

Natürliche Zahlen

„immer 10 passen in die
nächst größere Stelle“

Je nachdem, wo die Ziffer
steht, hat sie einen anderen
Wert

Ziffer mal Zehnerzahl = Wert

Zahl additiv zerlegbar

Dezimalzahlen

„immer 10 passen in die
nächst größere Stelle“

Je nachdem, wo die Ziffer
steht, hat sie einen anderen
Wert

Ziffer mal Zehnerzahl = Wert

Zahl additiv zerlegbar

Anteile vom nächsten
Einer/Ganzen werden rechts
vom Komma dargestellt

Jede zusätzliche Stelle rechts
stellt einen feiner eingeteilten
Anteil dar

Aufbau der heutigen Vorlesung

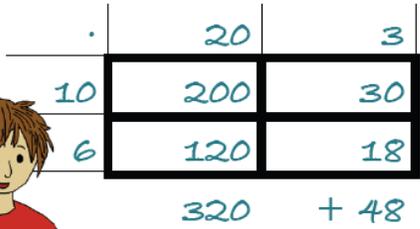
1. Stellenwertsysteme – natürliche Zahlen, ganze Zahlen, Dezimalzahlen
2. Die Eigenschaften des Stellenwertsystems nutzen

Eigenschaften von Stellenwertsystemen nutzen

2.1 Rechenwege vergleichen

- a) Emily und Jonas rechnen die Aufgaben $16 \cdot 23$.
Beschreibe die beiden Rechenwege.

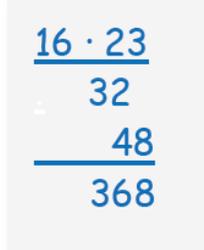
Jonas Rechenweg:



.	20	3
10	200	30
6	120	18
	320	+ 48

Jonas

Emilys Rechenweg:


$$\begin{array}{r} 16 \cdot 23 \\ \underline{ 32} \\ 48 \\ \hline 368 \end{array}$$


Emily

Eigenschaften von Stellenwertsystemen nutzen

2.3 Rechenwege ausprobieren

a) Rechne die Aufgabe $18 \cdot 12$ auf zwei Wegen:

Rechne wie Jonas:

		10	2	
10				
8				

+

--

Rechne wie Emily:

$$\underline{18 \cdot 12}$$

b) Rechne die Aufgabe $323 \cdot 44$.

[😊 ICH – 5 Minuten]

Rechnen Sie zunächst allein die Aufgaben 2.3 a) und 2.3 b).

Überlegen Sie für sich: welchen Rechenweg bevorzugen Sie? Warum?

[😊😊 DU – 5 Minuten]

Überlegen Sie dann mit Ihrer Nachbar:in:

Was unterscheidet die beiden Vorgehen? Was haben Sie gemeinsam? Welche Eigenschaften des Stellenwertsystems nutzen Jonas und Emily jeweils?

Minus mal minus auch im Malkreuz erklärbar?

[😊😊 DU – 5 Minuten]

Überlegen Sie zu zweit:

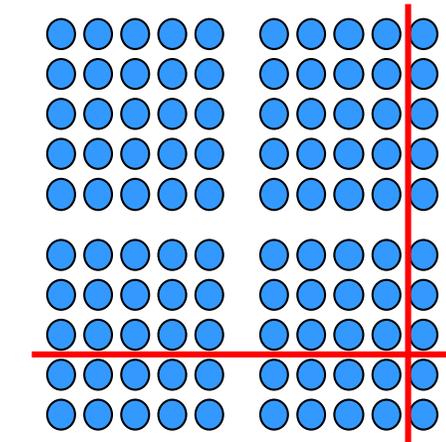
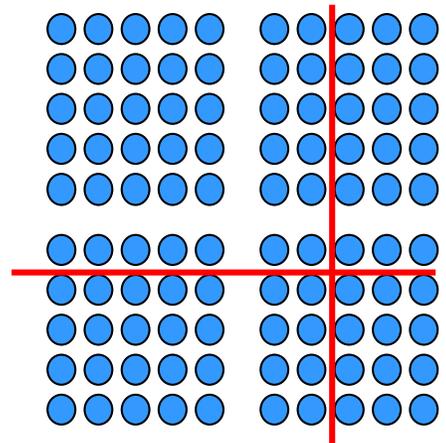
Warum ergibt minus
mal minus plus?

Können wir das auch im
Malkreuz sehen?

Was hat das mit den
Eigenschaften des
Stellenwertsystems zu
tun?

Minus mal minus auch im Malkreuz erklärbar?

[😊😊 DU – 5 Minuten]
 Überlegen Sie zu zweit:
 Warum ergibt minus mal minus plus?
 Können wir das auch im Malkreuz sehen?
 Was hat das mit den Eigenschaften des Stellenwertsystems zu tun?

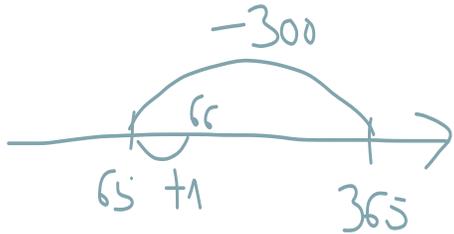


•	7	3	
6	42	18	60
4	28	12	40
			100

•	10	-1	
10	100	-10	90
-2	-20	2	-18
			72

Hat das auch mit den Rechengesetzen zu tun?

Vereinfachte Grundschul-Schreibweise



Geschlossene Term-Schreibweise

$$\begin{aligned} 365 - 299 \\ &= 365 - (300 - 1) \\ &= 365 - 300 + 1 \\ &= (365 - 300) + 1 \\ &= 66 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{65 + 26} &= 91 \\ 60 + 20 &= 80 \\ 5 + 6 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 65 + 26 \\ &= 60 + 5 + 20 + 6 \\ &= 60 + 20 + 5 + 6 \\ &= (60 + 20) + (5 + 6) \\ &= 80 + 11 = 91 \end{aligned}$$

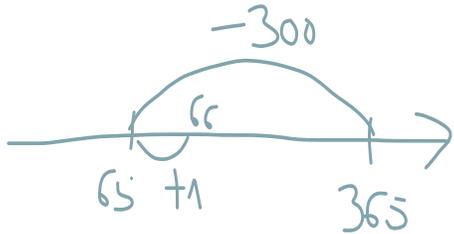
$$\begin{aligned} \underline{32 \cdot 15} &= 480 \\ 32 \cdot 10 &= 320 \\ 32 \cdot 5 &= 160 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 \cdot 15 \\ &= 32 \cdot (10 + 5) \\ &= 32 \cdot 10 + 32 \cdot 5 \\ &= 320 + 160 \\ &= 480 \end{aligned}$$

[😊😊 DU – 5 Minuten]
Sie haben gestern die Rechengesetze wiederholt – die finden wir auch in diesen Aufgaben. Überlegen Sie wo genau und was das mit dem Stellenwertsystem zu tun hat

Hat das auch mit den Rechengesetzen zu tun?

Vereinfachte Grundschul-Schreibweise



Geschlossene Term-Schreibweise

$$\begin{aligned} 365 - 299 \\ &= 365 - (300 - 1) \\ &= 365 - 300 + 1 \\ &= (365 - 300) + 1 \\ &= 66 \end{aligned}$$

Rechengesetz

(Assoziativgesetz)
 Minusklammer auflösen
 (Assoziativgesetz)

Algebraisierung

$$\begin{aligned} a - (b - c) \\ &= a - b + c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 65 + 26 &= 91 \\ 60 + 20 &= 80 \\ 5 + 6 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 65 + 26 \\ &= 60 + 5 + 20 + 6 \\ &= 60 + 20 + 5 + 6 \\ &= (60 + 20) + (5 + 6) \\ &= 80 + 11 = 91 \end{aligned}$$

Assoziativgesetz
 Kommutativgesetz
 Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} (a+b) + (c+d) \\ &= a + c + b + d \\ &= (a+c) + (b+d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 \cdot 15 &= 480 \\ 32 \cdot 10 &= 320 \\ 32 \cdot 5 &= 160 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 32 \cdot 15 \\ &= 32 \cdot (10 + 5) \\ &= 32 \cdot 10 + 32 \cdot 5 \\ &= 320 + 160 \\ &= 480 \end{aligned}$$

Assoziativgesetz
 Distributivgesetz
 Assoziativgesetz

$$\begin{aligned} a \cdot (b + c) \\ &= a \cdot b + a \cdot c \end{aligned}$$

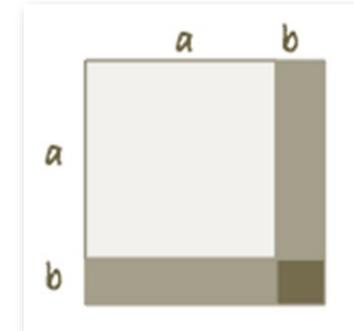
[😊😊 DU – 5 Minuten]
 Sie haben gestern die Rechengesetze wiederholt – die finden wir auch in diesen Aufgaben. Überlegen Sie wo genau und was das mit dem Stellenwertsystem zu tun hat

Transferübung:

Zeigen Sie im Malkreuz
und im Bild:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

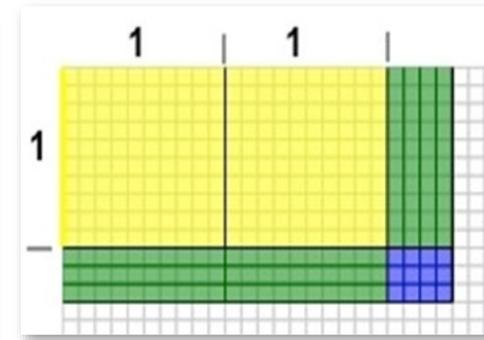
	a	b	
a			
b			
			$a^2 + 2ab + b^2$



$$1,3 \cdot 2,4$$

Was hat das mit dem
Stellenwertsystem zu tun?

	2	0,4 4 Zehntel	
1			
0,3 3 Zehntel			

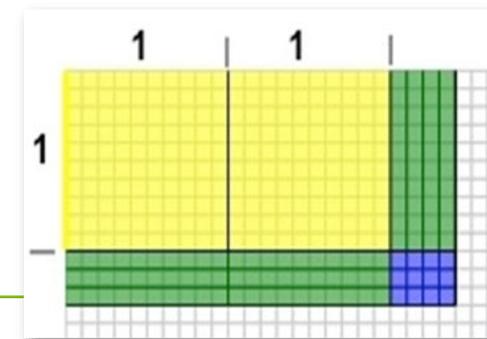


Zusammenfassung

- Die Eigenschaften des Stellenwertsystems nutzen wir – und vor allem Lernende – bei vielen unterschiedlichen Rechenoperationen
- Darstellungen wie das Malkreuz unterstützen das stellenweise Zerlegen beim Rechnen

	2	0,4 4 Zehntel	
1			
0,3 3 Zehntel			

- Um die Struktur von Zahlen nutzen zu können, braucht man Einsicht in die Eigenschaften



Fragen? Vielen Dank!

