
Aufgabe 1) (Bruchrechnung - Addition & Subtraktion)

Addieren bzw. subtrahieren Sie die folgenden Ausdrücke und kürzen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

(a) $\frac{2x}{2x+1} - \frac{2x-1}{2x}$

(b) $\frac{x^2}{x+2} - \frac{3x^2}{2x+4}$

(c) $\frac{2}{b} + \frac{5}{a}$

(d) $\frac{a^2+7ab+4b^2}{3a+6b} - \frac{ab}{a+2b}$

Aufgabe 2) (Bruchrechnung - Multiplikation & Division)

Multiplizieren bzw. dividieren Sie die folgenden Ausdrücke und kürzen Sie das Ergebnis so weit wie möglich.

(a) $\frac{ab^2}{a+1} \cdot \frac{2a+2}{b^2} \cdot \frac{16}{2ab}$

(b) $\frac{40ab+10c}{a^2c^2} \cdot \frac{a^2b^2+c}{12ab+3c}$

(c) $\frac{2x-7y}{5y^2+6z} : \frac{6x-21y}{25y^2z+30z^2}$

(d) $\frac{35xy^2}{8x-4y} \cdot \left(\frac{70x^2y}{4x-2y} \right)^{-1}$

Aufgabe 3) (Ausmultiplizieren)

Multiplizieren Sie aus und fassen Sie so weit wie möglich zusammen.

(a) $(2x - y)(x - 2y)$

(b) $(2z - a)^2$

(c) $(2a + b) - (2a - b)^2$

(d) $(k + m)^2 - (k - m)^2$

(e) $(r + s + t)^2$

(f) $(a + b - c)^2 + (a - b + c)^2 + (-a + b + c)^2$

Aufgabe 4) (Faktorisieren)

Faktorisieren Sie die folgenden Ausdrücke so weit wie möglich.

- (a) $x^2 + 4xy + 4y^2$
- (b) $16a^2 - b^2$
- (c) $8a^2 - 8b^2$
- (d) $49x^2 + 14x + 1$
- (e) $\frac{y^2}{4} + y + 1$
- (f) $\frac{1}{2}x^2 - 2y^2$
- (g) $x^4 - y^4$
- (h) $x^3 + 6x^2y + 9xy^2$
- (i) $-2a^2 + 50b^2$

Hinweis: Binomische Formeln.

Aufgabe 5) (Zusammenfassen eines Ausdrucks)

Seien $k, m, n \in \mathbb{R}$. Gegeben sei der folgende Ausdruck:

$$A = kmn + 2kn + 2k(m - n) - m(n + k) - m$$

- (a) Vereinfachen Sie A .
- (b) Für welchen Wert von k ist $A = 0$?
- (c) Für welchen Wert von m ist $A = k - 1$?

Aufgabe 6) (Terme umformen)

Fassen Sie die unten stehenden Terme so weit wie möglich zusammen.

- (a) $\frac{a^2b^2+b^2}{a^3b^2}$
- (b) $\frac{\frac{x^2}{x^2+1} - \frac{x^2-1}{x^2}}{x^4+x^3}$
- (c) $\frac{-2x^2+2-(x-3-x^2)(-x+(-2)x^2)-4+4x^2}{-2x^2-2x^4-(2-x^3+3x-(2x^2))+x^2}$
- (d) $\left(\frac{\sqrt{a-b} \cdot (a-b)}{\sqrt{a+b} \cdot (b+a)} \right)^2$
- (e) $e^x \cdot e^{e^x} (e^x + 1)^3 + 2e^{2x} \cdot e^{e^x} (e^x + 1) + e^{2x} \cdot e^{e^x} (e^x + 2)$

Aufgabe 7) (Terme auflösen)

Lösen Sie die folgenden Ausdrücke nach t auf.

- (a) $\frac{t}{a+1} = \frac{a}{t+1}$
- (b) $at + a + t + 1 = 0$
- (c) $\frac{3}{5}n - \frac{2n}{3} = \frac{1}{6}$

bitte wenden

Aufgabe 8) (Quadratische Ausdrücke lösen)

Lösen Sie die folgenden Termen durch die Methode der quadratischen Ergänzung und mithilfe der p - q -Formel.

(a) $2x^2 + 4x + 3 = 0$

(b) $2x^2 + 12x - 4 = 0$

(c) $4x^2 + 4x + 9 = 5$

(d) $2x^2 + 20x - 1 = -2$

Aufgabe 9) (Geradengleichung)

Gegeben sind jeweils drei Punkte $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$. Überprüfen Sie, ob eine Gerade $G \subset \mathbb{R}^2$ existiert, die durch alle drei Punkte verläuft. Geben Sie die Geradengleichung in der Form $g(x) = ax + c$ in den Fällen an, in dem alle drei Punkte auf dieser Geraden liegen.

(a) $(1, 1), (4, 3), (6, 4)$

(b) $(2, 0), (4, 2), (8, 6)$

(c) $(2, 4), (4, -1), (6, -4)$

(d) $(4, 7), (6, -4), (7, -29)$

Aufgabe 10) (Abstand im euklidischen Raum/ Länge von Vektoren)

Berechnen Sie den Abstand der folgenden Punkte im $\mathbb{R}^2$ oder $\mathbb{R}^3$!

(a) $(5, -2), (3, 6)$

(b) $(8, 9, 10), (2, 6, 8)$

(c) $(27, 31, 5), (13, 14, 5)$

(d) $(6, 0, 1), (1, 0, 1)$

Aufgabe 11) ((Standard-)Skalarprodukt im euklidischen Raum)

Berechnen Sie das Skalarprodukt zwischen den beiden jeweils gegebenen Vektoren im $\mathbb{R}^2$ oder $\mathbb{R}^3$.

(a) $\vec{s} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{t} = \begin{pmatrix} 8 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix}$

(b) $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Für welche Zahl $a \in \mathbb{R}$ stehen die gegebenen Vektoren im $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in \mathbb{R}^3$ *orthogonal*, d.h. senkrecht, zueinander?

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ a \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$