Prof. Dr. Ivan Veselić

M.Sc. Alexander Dicke

Ideen und Aufgabenvorschläge

Analysis I für Lehramt

im Wintersemester 2021/22

Aufgabe 1)

Zeigen Sie, dass die nachfolgenden Funktion differenzierbar sind und bestimmen Sie die Ableitung.

(a) $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sin(\exp(x) \cdot \ln(x))$.

(b) $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \cos(\cos(\cos(x)))$.

Aufgabe 2)

Bestimmen Sie alle $\alpha \geq 0$ so, dass die Funktion $f_\alpha\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} x & \text{für } x < 0, \\ x^\alpha & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

im Nullpunkt differenzierbar ist.

Aufgabe 3)

Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine im Nullpunkt differenzierbare Funktion so, dass $f(x+y) = f(x) + f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt. Zeigen Sie:

(a) f ist auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar.

(b) Es gilt $f(x) = f'(0) \cdot x$.

Aufgabe 4)

Sei $f\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$ stetig im Nullpunkt. Zeigen Sie, dass die Funktion $g\colon (-1,1) \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = x \cdot f(x)$ im Nullpunkt differenzierbar ist und bestimmen Sie $g'(0)$.